

## 倾斜储层压力拱比计算方法

王钊潦<sup>1,2</sup>, 史云清<sup>1,3</sup>, 李相方<sup>2</sup>, 石军太<sup>2</sup>

(1.中国石化石油勘探开发研究院,北京 100083; 2.中国石油大学(北京)石油工程教育部重点实验室,北京 102249; 3.中国石化海相油气藏开发重点实验室,北京 100083)

**摘要:**压力拱效应影响储层应力、有效应力的计算,而有效应力又影响孔隙度和渗透率的应力敏感性分析结果。通常用压力拱比来表征压力拱效应的强弱,而常规压力拱比计算模型未考虑地层倾角和方位角的影响。以复合材料细观力学中的夹杂理论为基础,建立倾斜储层压力拱比计算模型,利用张量运算法则进行求解,分析地层倾角、方位角、泊松比和岩石固结系数对压力拱效应的影响;在此基础上理论推导和分析压力拱效应对孔隙度和渗透率的影响。研究表明:当地层倾角、泊松比较小,纵横比较大,岩石固结系数较小时,垂向压力拱效应越强;地层倾角较大,纵横比、泊松比较小,岩石固结系数较小时,水平压力拱效应越强;平均压力拱比仅与岩石固结系数和储层泊松比有关。压力拱比一般为正值,但受应力集中的影响,倾斜储层主地应力方向的压力拱比可能为负值。有效应力的计算与压力拱比有关,而有效应力影响储层的应力敏感性。对于垂向、最大水平、最小水平和平均压力拱比分别为0.107 2,0.674 7,0.718 1和0.5的储层,当地层压力降低30 MPa时,利用夹杂理论计算的孔隙度和渗透率较常规变形理论的计算结果分别提高32%和76.7%。压力拱效应的存在降低了储层孔隙度和渗透率的应力敏感性,因此在低渗透致密油气藏开发过程中须考虑压力拱效应的影响。

**关键词:**压力拱比 有效应力 夹杂理论 倾斜储层 地层走向

中图分类号:TE319

文献标识码:A

文章编号:1009-9603(2016)05-0098-07

## Calculation method for stress arching ratio in inclined reservoir

Wang Fanliao<sup>1,2</sup>, Shi Yunqing<sup>1,3</sup>, Li Xiangfang<sup>2</sup>, Shi Juntao<sup>2</sup>

(1. *Petroleum Exploration & Production Research Institute, SINOPEC, Beijing City, 100083, China*; 2. *MOE Key Laboratory of Petroleum Engineering, China University of Petroleum (Beijing), Beijing City, 102249, China*; 3. *Key Laboratory for Marine Oil and Gas Exploitation, SINOPEC, Beijing City, 100083, China*)

**Abstract:** Stress arch effect has influence on the calculation of stress and effective stress in reservoirs, and the effective stress has influence on the analysis result of stress sensitivity of porosity and permeability. The stress arch ratio is usually used to characterize the degree of stress arch effect. The influence of reservoir dip and reservoir azimuth wasn't considered in general model of calculating the stress arch ratio. A new model of calculating stress arching ratio of inclined reservoir was established using the inclusion theory which is used to solve the problem in composite material mechanics. This model can be solved by tensor algorithm. Correlated influence factors were analyzed, such as reservoir dip, strike direction, Poisson's ratio and rock consolidation coefficient. Then the stress arch effect on porosity and permeability change were also analyzed. The result shows that the stress arch effect is obvious in vertical direction for the reservoir with small reservoir dip angle, large aspect ratio, small Poisson's ratio and small rock consolidation coefficient. While, it is significant in horizontal direction for the reservoir with large reservoir dip angle, small aspect ratio, small Poisson's ratio and small rock consolidation coefficient. Average stress arching ratio are only related to rock consolidation coefficient and reservoir Poisson's ratio.

收稿日期:2016-06-13。

作者简介:王钊潦(1985—),男,陕西汉中,工程师,博士,从事天然气开发和规划研究。联系电话:(010)82312322, E-mail: wangfanliao@163.com。

基金项目:国家科技重大专项“煤层气数值模拟与开发综合评价技术”(2011ZX05038-4),中国石化科技攻关项目“致密砂岩气藏水平井开发关键技术”(P13052)。

The stress arch ratio is usually positive, while it is negative in principal crustal stress direction due to stress concentration especially for inclined reservoir. The effective stress is relative to the stress arching ratio, while stress sensitivity is influenced by the effective stress. When vertical, minimum horizontal, maximum horizontal and average arching ratios of the reservoir are 0.107 2, 0.674 7, 0.718 1 and 0.5 respectively, the porosity and permeability calculated by the inclusion theory increase by 32% and 76.7% respectively compared with the values calculated by conventional deformation theory for the pressure drop of 30 MPa. The stress arch effect reduces the degree of stress sensitivity of the permeability and porosity in actual reservoir, which cannot be neglected during the development of low permeability tight oil reservoir.

**Key words:** stress arching ratio; effective stress; inclusion theory; inclined reservoir; strike direction

在无限大各向同性介质中存在一个局部区域, 由于物理或者化学作用产生局部应变, 这种局部应变诱发的局部区域内的应力变化在材料力学中称为特征应变, 主要通过夹杂理论来求解<sup>[1-9]</sup>。油气藏地层压力降低诱发储层以及周围岩层应力变化与材料力学中的特征应变具有相似之处。有些学者<sup>[2, 10]</sup>用夹杂理论分析地面沉降过程中地层压力降低引起的应力变化, 计算的结果与实际测试应力变化结果较为吻合, 但是未考虑地层倾角与方位角的影响。

一般将地层压力降低所引起的应力变化称为压力拱效应, 将单位地层压力降引起的应力变化值定义为压力拱比<sup>[11]</sup>。压力拱效应在油气开发过程中是客观存在的, 且对低渗透、特低渗透储层的开发具有较大的影响。笔者以夹杂理论为基础, 建立不同形状倾斜储层的压力拱比计算模型, 并分析压力拱比的影响因素, 进而理论推导和分析孔隙度和渗透率与压力拱比的关系, 以期分析实际储层应力敏感特征, 指导低渗透、特低渗透油气藏的开发提供依据和参考。

## 1 压力拱比计算模型的建立

### 1.1 油气储层岩石本构方程

假设储层和非储层岩石为均匀各向同性介质。在以地层倾向、走向与垂直倾向方向为坐标轴的直角坐标系  $O, X_1, X_2, X_3$  中, 各向同性弹性多孔介质, 3个正交平面上的应力—应变之间的关系采用张量可以表示为<sup>[11]</sup>

$$S_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \alpha p - \beta \Delta T \quad (1)$$

其中

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2)$$

当  $i=j$  时,  $\delta_{ij}$  为 1, 否则为 0。

拉梅常数的表达式分别为

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+v)(1-2v)} \quad (3)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+v)} \quad (4)$$

整理式(3)和式(4)后得

$$\lambda = \frac{2\mu v}{1-2v} \quad (5)$$

### 1.2 压力拱比计算模型

地层倾角、走向和倾向为实际储层产状的三要素, 通常可以用方位角和倾角直接描述储层的产状。实际储层的走向和倾向往往与储层主地应力方向不重合。以地层倾向和走向为基准, 过储层中心建立的坐标系称为几何坐标系, 地层倾向和走向均为几何坐标系的主轴方向。以储层主地应力方向为基准建立的坐标系称为主地应力坐标系, 坐标系主轴方向为水平和垂直方向。如果实际储层的地层倾角和方位角均为 0, 则其几何坐标系和主地应力坐标系完全重合, 反之则不重合。前人引入夹杂理论求解地层压力降低引起的应力变化值和储层压力拱比时, 假设储层几何坐标系和主地应力坐标系完全重合, 忽略地层倾角和方位角的影响, 求解的是储层几何坐标系的主轴方向的应力变化, 而油气田开发过程中重点研究对象是储层 3 个主地应力的变化。显然, 忽略地层倾角和方位角这 2 个因素必然会导致实际储层主地应力变化值和压力拱比与理论计算值差异较大, 因此有必要对倾斜储层主地应力—应变模型和压力拱比计算模型进行深入研究。

#### 1.2.1 假设条件和求解步骤

假设条件 假设条件为: ①地层倾向与垂直主地应力方向的夹角为  $\zeta$ , 地层走向与最小水平应力方向的夹角为  $\theta$ , 且与地层方位角相等。储层几何坐标系中, 主轴  $X_2$  和  $X_3$  方向分别与地层的走向和倾向重合。储层主地应力坐标系中, 主轴 I, II 和 III 分别与储层主地应力  $S_H, S_h$  和  $S_v$  方向重合(图 1); ②储层的几何尺寸远小于非储层的几何尺寸; ③储层和非储层均属于线弹性体, 且两者的刚度系数相同; ④储层的变形受周围岩层约束条件的限制; ⑤储层中地层压力降低, 在无约束条件下产生特征应变。

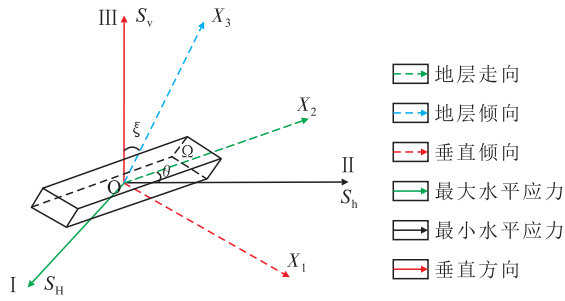


图1 倾斜地层的坐标转换

Fig.1 Coordinate transformation for inclined reservoir

求解步骤 首先利用夹杂理论求解几何坐标系下地层倾向、走向以及垂直倾向方向的应力变化,然后通过坐标转化,将储层几何坐标系下的应力—应变转化为储层主地应力坐标系下的应力—应变,进而求解储层主地应力和压力拱比。

1.2.2 物理模型

地层压力降低导致的应力—应变可以等效为以下问题:

①将储层与非储层分离,储层在不受约束时发生自由变形,对应的应变为储层的特征应变,此时储层内的位移场为  $u_i$ ,但储层不会产生任何应力,同时非储层内也不会产生应变。根据弹性多孔介质应力与应变的关系,不考虑储层温度变化的应力表达式为

$$S_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}^* + \alpha \Delta p \quad (6)$$

对于各向同性储层,几何坐标系中主轴方向的特征应变是相同的,即  $\epsilon_{11}^* = \epsilon_{22}^* = \epsilon_{33}^*$ ,且  $\epsilon_{23}^* = \epsilon_{31}^* = \epsilon_{12}^*$ 。因此,地层压力降低时,储层的特征应变为

$$\epsilon_{kl}^* = \begin{cases} -\frac{1-2\nu}{E} \alpha \Delta p & k=l \\ -\frac{2(1+\nu)}{E} \alpha \Delta p & k \neq l \end{cases} \quad (7)$$

当储层几何坐标系主轴方向和主地应力坐标系主轴方向不重合时,储层的特征应变与两者重合时的特征应变差异较大,特征应变的不同使得最终主地应力变化值与常规方法计算值差异较大。

②储层发生自由变形后,要使其恢复到原始状态,需要在储层外边界作用1个外力,即储层恢复原始状态的外边界表面力,其表达式为

$$F_i^* = -S_{ij}^* n_j \quad (8)$$

其中

$$S_{ij}^* = C_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (9)$$

③将储层和非储层重新粘合到一起,并沿着储层的外边界作用一个与  $F_i^*$  大小相等、方向相反的表面力,使得储层和包围它的非储层一起协调变形。

因此,储层的特征应变在整个储层和非储层中所产生的应力—应变场,可以转化为在储层的外边界面上作用表面力而产生的应力—应变场。

1.2.3 几何方程

作用力微元可以看做是无限大均匀地层内的集中力,其位移场可由格林函数表示的 Kelvin 解出<sup>[3-9]</sup>,结合高斯定理,则

$$\begin{cases} u_i(x) = -\oint_{\Omega} U_{im,n}(x-x') C_{ijkl} \epsilon_{kl}^* d\Omega \\ x \in \Omega + D \\ x' \in \Omega \end{cases} \quad (10)$$

此时,储层和非储层的应变场都可以表示为

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (11)$$

1.2.4 应力平衡方程

将式(10)代入式(11)中,结合胡克定律,得到几何坐标系下储层内的应力变化量为

$$\Delta S_{ij} = C_{ijkl} \left[ -\oint_{\Omega} U_{im,jn}(x-x') C_{ijkl} \epsilon_{kl}^* d\Omega - \epsilon_{kl}^* \right] \quad (12)$$

从式(12)可以看出,储层地层压力降低引起的应力—应变实质就是在储层的外边界面上作用表面力和在储层内作用初始地应力。由式(12)可以得到储层几何坐标系下,地层倾向、走向和垂直地层的应力变化量,而油气藏开发过程中需重点研究的是主地应力坐标系下的水平应力(包括最大水平应力和最小水平应力)和垂向应力变化量,因此需要将储层几何坐标系下,地层倾向、走向的应力转变为主地应力坐标系下的水平方向和垂直方向的应力(图1)。

主地应力坐标系按图1所示旋转到储层几何坐标系,对应的应力转化关系<sup>[10]</sup>为

$$\begin{pmatrix} \Delta S_{11} & \Delta S_{12} & \Delta S_{13} \\ \Delta S_{21} & \Delta S_{22} & \Delta S_{23} \\ \Delta S_{31} & \Delta S_{32} & \Delta S_{33} \end{pmatrix} = Y \begin{pmatrix} \Delta S_H & & \\ & \Delta S_h & \\ & & \Delta S_v \end{pmatrix} Y^T \quad (13)$$

其中

$$Y = \begin{pmatrix} \cos \zeta \cos \theta & \cos \zeta \sin \theta & -\sin \zeta \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \zeta \cos \theta & \sin \zeta \sin \theta & \cos \zeta \end{pmatrix} \quad (14)$$

通过式(12)、式(13)和式(14)可以得到油气藏地层压力降低引起的作用于储层水平方向和垂直方向的应力变化。

实际储层的形状较复杂,很难用简单的形状来刻画。为了简化问题,可以将实际的储层简化为一个纵横比(厚度与宽度的比值)较小的椭球体。将式(10)代入式(6)得到几何坐标系下储层的应变场为

$$\epsilon_{ij} = M_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (15)$$

在几何坐标系下, 储层的应力变化量为

$$\Delta S_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad (16)$$

将式(7)和式(15)代入式(16), 整理得到

$$\Delta S_{ij} = \begin{cases} -C_{ijkl}(M_{ijkl} - 1)\frac{1-2\nu}{E}\alpha\Delta p & i=j \\ -C_{ijkl}(M_{ijkl} - 1)\frac{2(1+\nu)}{E}\alpha\Delta p & i \neq j \end{cases} \quad (17)$$

### 1.2.5 压力拱比方程

将式(17)除以地层压力降, 可以得到几何坐标系下储层压力拱比为

$$\gamma_{x(ij)} = \frac{\Delta S_{ij}}{\Delta p} = \begin{cases} -C_{ijkl}(M_{ijkl} - 1)\frac{1-2\nu}{E}\alpha & i=j \\ -C_{ijkl}(M_{ijkl} - 1)\frac{2(1+\nu)}{E}\alpha & i \neq j \end{cases} \quad (18)$$

当  $i=j$  且  $i$  和  $j$  均取地层倾向时, 可以得到地层倾向压力拱比  $\gamma_{x(33)}$ , 同理也可以得到地层走向压力拱比  $\gamma_{x(22)}$  和垂直倾向方向的压力拱比  $\gamma_{x(11)}$ 。

通过坐标转换, 在主地应力坐标系下, 储层水平方向和垂直方向的压力拱比为

$$\gamma_i = \begin{pmatrix} \cos^2\zeta \cos^2\theta & \cos^2\zeta \sin^2\theta & \sin^2\zeta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 \\ \sin^2\zeta \cos^2\theta & \sin^2\zeta \sin^2\theta & \cos^2\zeta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_{x(11)} \\ \gamma_{x(22)} \\ \gamma_{x(33)} \end{pmatrix} \quad (19)$$

压力拱比主要反映单位地层压力降引起的应力变化, 同时也可反映压力拱效应的强弱。压力拱比越大, 单位地层压力降引起的应力变化越大, 压力拱效应越强; 反之, 压力拱效应越弱。

根据式(19)可以得到平均压力拱比为

$$\gamma_a = \frac{1}{3}(\gamma_h + \gamma_H + \gamma_v) = \alpha \times \frac{2}{3} \times \frac{1-2\nu}{1-\nu} \quad (20)$$

平均压力拱比仅与储层泊松比和岩石固结系数有关, 与其他参数无关。考虑压力拱效应时, 储层的主地应力将变为

$$S_i = S_{i0} - \gamma_i \Delta p \quad (21)$$

有效应力可以表示为

$$\sigma_i = S_{i0} - \gamma_i p_0 + (\gamma_i - \alpha)p \quad (22)$$

## 2 压力拱效应的影响因素

假设储层泊松比为 0.2, 岩石固结系数为 1, 纵横比为 0~5, 地层倾角为 20°; 着重分析压力拱效应的影响因素, 包括地层倾角、方位角、泊松比和岩石固结系数等。

### 2.1 地层倾角

分析不同地层倾角下, 3 个主地应力方向的压力拱比(图 2)可以看出, 垂向压力拱比随着地层纵

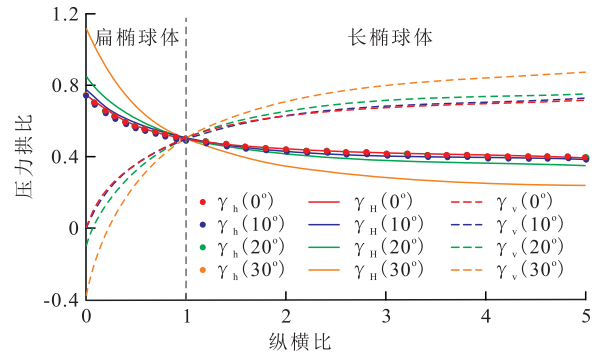


图 2 压力拱比与地层纵横比、倾角的关系

Fig.2 Influence of reservoir aspect ratio and dip on stress arching ratio

横比的增大而增大; 水平压力拱比随着地层纵横比的增大而减小。岩性气藏和断块油气藏的地层纵横比较大, 垂向压力拱效应较明显; 整装油气藏的地层纵横比较小, 水平压力拱效应较明显。油气藏开发早期, 地层纵横比较大, 垂向压力拱效应较明显; 油气藏开发中后期, 当压力波传播到边界后, 地层纵横比较小, 水平压力拱效应较明显。

储层倾斜时, 倾角对压力拱效应的影响与纵横比有关。在油气藏开发早期, 当纵横比小于 1 时, 最大水平压力拱比随着倾角的增大而增大, 即随着倾角的增大, 最大水平主应力方向压力拱效应增强; 垂向压力拱比随着倾角的增大而减小, 即随着倾角的增大, 垂直方向压力拱效应减弱; 油气藏开发中后期, 当纵横比大于 1 时, 最大水平压力拱比随着倾角的增大而减小, 而垂向压力拱比随着倾角的增大而增大。最小水平压力拱比不受倾角的影响。

地层倾角为 0° 时, 储层最大水平压力拱比和最小水平压力拱比重合, 随着地层倾角的增大, 最大和最小水平压力拱比差异越来越大。压力拱比为正值, 压力拱效应对储层具有保护作用, 反之, 压力拱效应对储层具有破坏作用。压力拱比为负值主要是因为岩石内力、约束力和剪切力而使得在该方向的应力增大, 出现应力集中。油气藏开发中后期, 地层纵横比较小、倾角较大时, 垂向应力增大, 出现应力集中, 储层变形量增大, 此时压力拱效应在垂直方向产生破坏作用。压力拱效应使得水平和垂向的有效应力差异增大, 且部分地区剪切应力增大; 而当剪切应力达到一定强度时, 地层中会产生剪切裂缝, 在剪切裂缝处钻井多为高产井。在实际生产中, 建议对致密油气藏开采时应寻找应力集中点, 即剪切裂缝较为发育区。

### 2.2 地层走向与最小主水平应力夹角

地层走向与最小水平主应力的夹角影响最大, 最小水平应力方向的压力拱效应(图 3)。从图 3 可

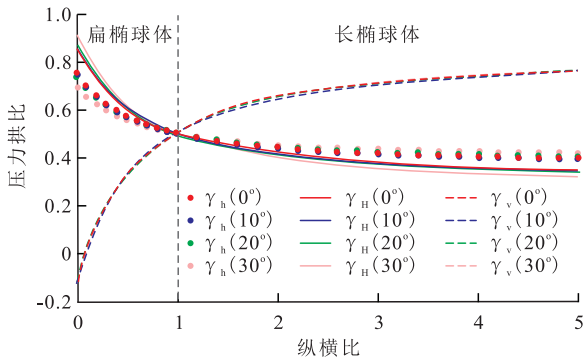


图3 椭球体储层走向对压力拱比的影响  
Fig.3 Influence of strike on stress arching ratio for ellipsoid reservoir

以看出,地层走向与最小水平主应力方向的夹角不影响垂向压力拱效应,对水平压力拱效应的影响与地层纵横比有关。油气藏开发早期,地层纵横比小于1时,最大水平压力拱比随着走向与最小水平主应力夹角的增大而增大,最小水平压力拱比随着夹角的增大而减小;油气藏开发中后期,地层纵横比大于1时,最大水平压力拱比随着走向与最小水平主应力夹角的增大而减小,最小水平压力拱比随着夹角的增大而增大。而地层走向对垂向压力拱比的影响较小。

### 2.3 泊松比

由地层倾角为20°时的泊松比对压力拱比的影响(图4)可以看出,水平压力拱比和垂向压力拱比均随地层泊松比的增大而降低。地层泊松比越小,越容易在储层水平和垂直方向出现压力拱效应,反之压力拱效应越不容易出现。

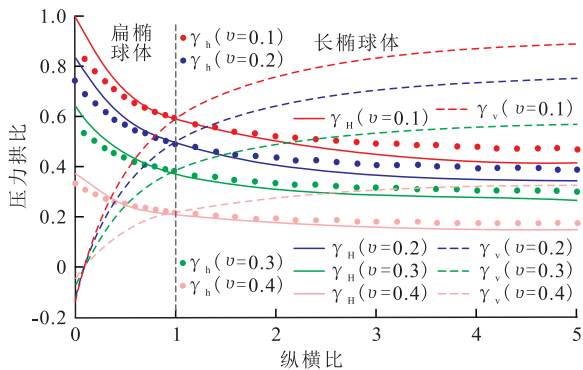


图4 椭球体储层泊松比对压力拱比的影响  
Fig.4 Influence of Poisson's ratio on stress arching ratio for ellipsoid reservoir

### 2.4 岩石固结系数

岩石固结系数与岩石类型有关,对于未胶结或胶结较弱的岩石,岩石固结系数趋近于1。对于胶结程度强或较强的岩石,岩石固结系数趋近于岩石的孔隙度。由地层倾角为20°时椭球体储层岩石固结系数对压力拱比的影响(图5)可以看出,随着

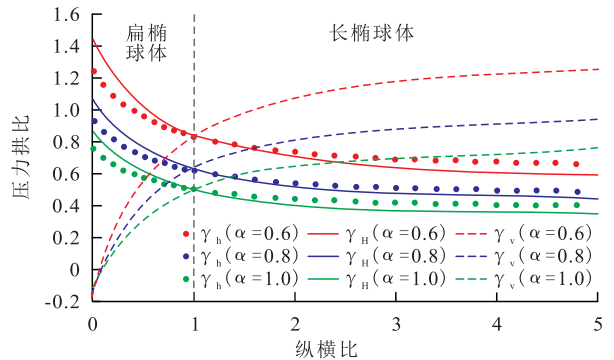


图5 椭球体储层岩石固结系数对压力拱比的影响  
Fig.5 Influence of rock consolidation coefficient on stress arching ratio for ellipsoid reservoir

岩石固结系数的减小,岩石的胶结程度增强,岩石的硬度增大,水平压力拱比和垂向压力拱比均增大,储层水平和垂向上越容易出现压力拱效应。

综上所述,地层倾角较小,纵横比较大,泊松比较小,岩石固结系数较小,则垂向压力拱效应较强;地层倾角较大,纵横比较小,泊松比较小,岩石固结系数较小,则水平压力拱效应较强。且当地层倾角不为0°时,储层最大和最小的水平压力拱比不相等。

## 3 孔隙度、渗透率与压力拱比的关系

储层应力和有效应力与压力拱效应有着密切的关系,而岩石体积应变和孔隙体积的变化又受到有效应力的影响<sup>[12-17]</sup>。因此,对于低渗透致密油气藏的储层来说,压力拱效应必然会影响储层岩石孔隙度和渗透率。

储层岩石的体积应变是指单位岩石表观体积的岩石表观体积改变量,假设主应力方向为主地应力方向,则体积应变<sup>[18]</sup>的微分表达式为

$$d\varepsilon_{vol} = d\varepsilon_v + d\varepsilon_H + d\varepsilon_h \quad (23)$$

其中

$$d\varepsilon_v = \frac{1}{E} [d\sigma_v - \nu(d\sigma_H + d\sigma_h)] \quad (24)$$

$$d\varepsilon_H = \frac{1}{E} [d\sigma_H - \nu(d\sigma_v + d\sigma_h)] \quad (25)$$

$$d\varepsilon_h = \frac{1}{E} [d\sigma_h - \nu(d\sigma_H + d\sigma_v)] \quad (26)$$

考虑压力拱效应时,有效应力的微分形式还可以表示为

$$\begin{cases} d\sigma_v = dS_v - \alpha dp = (\gamma_v - \alpha) dp \\ d\sigma_H = dS_H - \alpha dp = (\gamma_H - \alpha) dp \\ d\sigma_h = dS_h - \alpha dp = (\gamma_h - \alpha) dp \end{cases} \quad (27)$$

结合式(23)一式(27)得到考虑压力拱效应时储层岩石的体积应变为

$$\varepsilon_{\text{vol}\gamma} = \frac{3(\gamma_a - \alpha)(1 - 2\nu)}{E}(p - p_0) \quad (28)$$

不考虑压力拱效应时( $\gamma_a = 0$ ),则常规储层岩石的体积应变为

$$\varepsilon_{\text{vol}} = -\frac{3\alpha(1 - 2\nu)}{E}(p - p_0) \quad (29)$$

岩石的孔隙度是岩石孔隙体积与岩石表观体积的比值。初始地层条件下,岩石的孔隙度可表示为

$$\phi_0 = \frac{V_{p0}}{V_{b0}} = \frac{V_{b0} - V_{s0}}{V_{b0}} \quad (30)$$

当地层压力发生变化后,岩石的骨架体积应变可表示为

$$\varepsilon_s = \frac{dV_s}{V_{s0}} \quad (31)$$

因此,当地层压力降低后,考虑压力拱效应的孔隙度可以表示为

$$\phi_\gamma = \frac{(V_{b0} - dV_b) - (V_{s0} - dV_s)}{V_{b0} - dV_b} \quad (32)$$

将式(32)的分子、分母同时除以 $V_{b0}$ ,并结合式(30)整理后得

$$\phi_\gamma = 1 - (1 - \phi_0) \frac{1 - \varepsilon_s}{1 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma}} \quad (33)$$

通常储层岩石骨架的变形远小于岩石体积变形,可以忽略岩石骨架变形对孔隙体积变化的影响,因此考虑压力拱效应时,孔隙度可以简化为

$$\phi_\gamma = \frac{\phi_0 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma}}{1 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma}} \quad (34)$$

考虑压力拱效应时,无因次孔隙度可以表示为

$$\frac{\phi_\gamma}{\phi_0} = \frac{\phi_0 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma}}{\phi_0(1 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma})} \quad (35)$$

不考虑压力拱效应时,无因次孔隙度可表示为

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{\phi_0 - \varepsilon_{\text{vol}}}{\phi_0(1 - \varepsilon_{\text{vol}})} \quad (36)$$

整理式(35)和式(36)后可得

$$\frac{1 - \phi}{1 - \phi_\gamma} \times \frac{\phi_0 - \phi_\gamma}{\phi_0 - \phi} = \frac{\varepsilon_{\text{vol}\gamma}}{\varepsilon_{\text{vol}}} \quad (37)$$

如果将实际储层简化为等直径毛管束模型,考虑压力拱效应时储层渗透率与孔隙度的关系为

$$\frac{K_\gamma}{K_0} \approx \left( \frac{\phi_\gamma}{\phi_0} \right)^2 = \left[ \frac{\phi_0 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma}}{\phi_0(1 - \varepsilon_{\text{vol}\gamma})} \right]^2 \quad (38)$$

假设某油气藏的储层形状为椭球体,地层倾角为 $15^\circ$ ,地层方位角与最小主应力方向夹角为 $10^\circ$ ,弹性模量为 $1\ 100\ \text{MPa}$ ,泊松比为 $0.2$ ,初始地层压力

为 $31.33\ \text{MPa}$ ,岩石固结系数为 $1$ ,初始垂向应力为 $62.22\ \text{MPa}$ ,初始最小水平应力为 $38.83\ \text{MPa}$ ,初始最大水平应力为 $40\ \text{MPa}$ ,纵横比为 $0.15$ 。利用夹杂理论计算储层的垂向压力拱比为 $0.107\ 2$ ,最小水平压力拱比为 $0.674\ 7$ ,最大水平压力拱比为 $0.718\ 1$ ,平均压力拱比为 $0.5$ 。

分析利用夹杂理论计算得到的储层孔隙度和渗透率(图6)可以看出,同一个地层压力降下,考虑压力拱效应的孔隙度和渗透率比常规弹性变形理论计算的孔隙度、渗透率要大。当地层压力降低 $30\ \text{MPa}$ ,利用夹杂理论计算的孔隙度和渗透率比常规弹性变形理论计算的孔隙度和渗透率分别提高 $32\%$ 和 $76.7\%$ 。

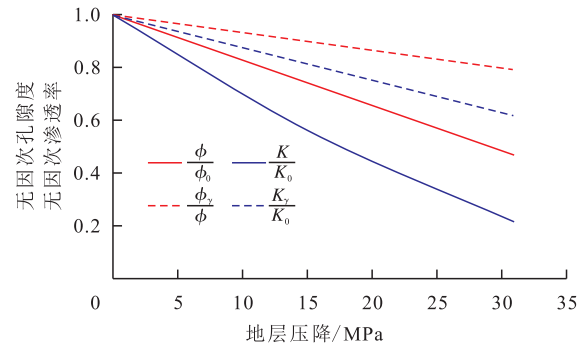


图6 夹杂理论计算无因次孔隙度和无因次渗透率

Fig.6 Dimensionless porosity and permeability calculated by inclusion theory

## 4 结论

研究分析了油气藏储层应力变化特征,以复合材料细观力学中的夹杂理论为基础,建立不同形状倾斜储层3个主地应力方向上的压力拱比计算模型;该模型考虑了地层形状、倾角、走向、泊松比和岩石固结系数等因素。在压力拱比计算模型的基础上,分析孔隙度和渗透率与压力拱比之间的关系。对于倾角较小、纵横比较大、泊松比较小和岩石固结系数较小的储层,垂向压力拱效应越强;倾角较大、纵横比较小、泊松比较小和岩石固结系数较小的储层,水平压力拱效应越强;平均压力拱比只与岩石固结系数和泊松比有关。地层倾角和方位角不为 $0$ 时,压力拱比可以为正、负值;压力拱比为负值的方向常常因为应力集中而产生剪切裂缝,剪切裂缝发育区一般为高产区。有效应力与压力拱比呈线性关系,而有效应力的大小又直接影响储层孔渗的应力敏感性。压力拱效应的存在大幅度降低了实际储层的应力敏感性,相同条件下,渗透率应力敏感性受压力拱效应的影响大于对孔隙度

的影响。低、特低渗透率储层更应注意压力拱效应的影响。值得注意的是本文提出的方法无法求解储层和非储层岩石力学参数差异较大时储层主地应力方向的压力拱比,须进一步深入研究。同时渗透率与应力状态有关,且不同方向的渗透率存在差异,压力拱效应对不同方向渗透率的影响也是未来研究的方向之一。

#### 符号解释:

$S_{ij}$  —— 应力, MPa;  $C_{ijkl}$  —— 弹性系数张量, MPa;  $\varepsilon_{ij}$  —— 应变;  $\alpha$  —— 岩石固结系数;  $p$  —— 地层压力, MPa;  $\beta$  —— 热膨胀系数, MPa/°C;  $\Delta T$  —— 温度的变化量, °C;  $\lambda$ ,  $\mu$  —— 拉梅常数, MPa;  $\delta_{ij}$ ,  $\delta_{ik}$ ,  $\delta_{jl}$ ,  $\delta_{il}$  和  $\delta_{jk}$  —— 克罗内克函数;  $E$  为弹性模量, MPa;  $\nu$  为泊松比;  $\varepsilon_{kl}^*$  —— 储层的特征应变;  $\Delta p$  —— 地层压力降, MPa;  $F_i^*$  —— 使储层恢复到原始状态的外边界表面力, MPa;  $S_{ij}^*$  —— 由胡克定律得到的相应于特征应变  $\varepsilon_{ij}^*$  的应力, MPa;  $n_j$  —— 外边界面的外法向单位向量;  $x$  —— 储层和非储层内的任意一点;  $x'$  —— 储层内产生特征应变的点;  $u_i(x)$  —— 储层  $x'$  点产生的特征应变在储层和非储层内产生的位移场, m;  $U_{im}(x-x')$  —— 点  $x'$  沿  $x_m$  方向加 1 个单位集中力时  $x$  点处产生的位移  $x_i$  分量;  $U_{im,n}(x-x')$  —— 对应于位移场的格林函数的一阶偏导数;  $n$  —— 储层的外法向;  $\Omega$  —— 格林函数中的储层位移;  $D$  —— 格林函数中非储层位移;  $\varepsilon_{ij}$  —— 储层和非储层的应变;  $u_{i,j}$  ——  $j$  方向位移  $u_j$  在  $i$  方向的一阶偏导;  $u_{j,i}$  ——  $i$  方向位移  $u_i$  在  $j$  方向的一阶偏导;  $\Delta S_{ij}$  —— 几何坐标系下储层内的应力变化量, MPa;  $U_{im,jn}$  —— 对应于位移场的格林函数的二阶偏导数;  $\Delta S_{H1}$  —— 最大水平应力变化量, MPa;  $\Delta S_{H2}$  —— 最小水平应力变化量, MPa;  $\Delta S_V$  —— 垂向应力变化量, MPa;  $Y$  —— 转换系数矩阵;  $M_{ijkl}$  为 Eshelby 张量, 与椭球的形状和材料的性质有关<sup>[3-9]</sup>;  $\gamma_{(ij)}$  —— 几何坐标系下的压力拱比;  $\gamma_i$  —— 主地应力坐标系下主地应力方向的压力拱比;  $i = \text{I, II, III}$ , 分别可以求出最大水平应力方向、最小水平应力方向和垂直方向压力拱比;  $\gamma_a$  —— 平均压力拱比;  $\gamma_h$  —— 最小水平压力拱比;  $\gamma_H$  —— 最大水平压力拱比;  $\gamma_v$  —— 垂直压力拱比;  $S_i$  —— 主地应力, MPa;  $S_{i0}$  —— 初始主地应力, MPa;  $\sigma_i$  —— 有效应力, MPa;  $p_0$  —— 初始地层压力, MPa;  $\varepsilon_{vol}$  —— 储层岩石的体积应变;  $\varepsilon_v$  —— 储层垂向应变;  $\varepsilon_H$  —— 储层最大水平应变;  $\varepsilon_h$  —— 储层最小水平应变;  $\varepsilon_{vol\gamma}$  —— 考虑压力拱效应的储层岩石体积应变;  $\phi_0$  —— 储层岩石的初始孔隙度;  $V_{i0}$  —— 储层岩石的初始孔隙体积, m<sup>3</sup>;  $V_{b0}$  —— 储层岩石的初始表观体积, m<sup>3</sup>;  $V_{s0}$  —— 储层岩石的初始骨架体积, m<sup>3</sup>;  $\varepsilon_s$  —— 岩石的骨架体积应变;  $dV_s$  —— 岩石的骨架体积变化量, m<sup>3</sup>;  $\phi_\gamma$  —— 考虑压力拱效应的孔隙度;  $K_\gamma$  —— 考虑压力拱效应的储层渗透率,  $\mu\text{m}^2$ ;  $K_0$  —— 储层初始渗透率,  $\mu\text{m}^2$ 。

#### 参考文献:

- [1] Soltanzadeh H, Hawkes C D, McLellan P J, et al. Poroelastic modelling of production and injection-induced stress changes in a pinnacle reef[C]. Toronto, 2009.
- [2] Segall P, Fitzgerald S D. A note on induced stress change in hydrocarbon and geothermal reservoirs [J]. Tectonophysics, 1998, 289(1): 117-128.
- [3] Mura T. Micromechanics of defects in solids [M]. Hague: Martinus Nijhoff Publishers, 1982: 354-372.
- [4] 赵延军. 短纤维增强复合材料力学性能的预测研究[D]. 郑州: 郑州大学, 2004.  
Zhao Yanjun. Study on the mechanical properties predict of short-fiber-reinforced composites [D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2004.
- [5] 王兴业. 复合材料力学分析与设计 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999: 22-55.  
Wang Xingye. Analysis and design of composite material mechanics [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999: 22-55.
- [6] 马鸣图, 段祝平, 友田阳. 金属合金中的包辛格效应及其在工业生产中的应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1994: 112-119.  
Ma Mingtu, Duan Zhuping, Youtian Yang. Bauschinger effect of metal alloy and its application in industrial production [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1994: 112-119.
- [7] 周祖福. 复合材料学 [M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 1995: 22-39.  
Zhou Zufu. Composite materials [M]. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 1995: 22-39.
- [8] 王自强, 段祝平. 塑性细观力学 [M]. 北京: 科学出版社, 1995: 22-39.  
Wang Ziqiang, Duan Zhuping. Plastic mesoscopic mechanics [M]. Beijing: Science Press, 1995: 22-39.
- [9] 王敏中. 高等弹性力学 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2002: 198-229.  
Wang Minzhong. Advanced elastic mechanics [M]. Beijing: Peking University Press, 2002: 198-229.
- [10] 陈勉, 金衍, 张光清. 石油工程岩石力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2008: 33-49.  
Chen Mian, Jin Yan, Zhang Guangqing. Petroleum rock mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2008: 33-49.
- [11] Acosta J L, Camacho A F. Porous media: heat and mass transfer [M]. Hauppauge: Nova Science Publishers, 2009: 27-57.
- [12] Wang Fanliao, Li Xiangfang, Couples Gary, et al. Stress arching effect on stress sensitivity of permeability and gas well production in Sulige gas field [J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2015, 125(2): 234-246.
- [13] 王钊淼, 李相方, 韩彬, 等. 考虑压力拱效应的应力敏感实验 [J]. 科技导报, 2013, 31(19): 26-32.  
Wang Fanliao, Li Xiangfang, Han Bin, et al. Stress sensitivity experiment under consideration of stress arching effect [J]. Science & Technology Review, 2013, 31(19): 26-32.

(下转第 110 页)