# 基于分形方法的水力压裂分支裂缝分布模拟

## 胡超洋,艾 池,王凤娇

(东北石油大学石油工程学院,黑龙江大庆163318)

摘要:对水力压裂裂缝分布位置的准确描述是进行压裂设计及压裂效果评价的重要前提,而在人工裂缝分支的描述方面,尚未开展有关裂缝位置和形态等描述研究。运用分形L-系统建立树枝模型,建立岩石天然薄弱面分布规律的平面模拟描述方法。应用分形相似原理,将天然薄弱面分级,得出各级天然薄弱面剪切、张开判别条件和天然薄弱面起裂后裂缝内压裂液压降梯度。依据天然薄弱面分布模型及裂缝剪切、张性断裂准则,提出水力压裂分支裂缝分布模拟计算方法。计算结果表明,水力压裂分支裂缝数量与井壁处缝内净压力、储层最大与最小主应力差值密切相关。主裂缝附近存在较多分支裂缝,分支裂缝数量随井壁处缝内净压力增加而增多;储层最大与最小主应力差值越小,细小分支裂缝开启数量越多,裂缝沟通面积越大。运用该计算方法能够模拟具有分形特征的裂缝 平面形态和开启状况,并为复杂裂缝形成机理分析提供依据。

**关键词:**分形L-系统天然薄弱面 裂缝分布 水力压裂 压降梯度 中图分类号:TE319 **文献标识码:**A

文章编号:1009-9603(2016)05-0122-05

## Distribution simulation of branched hydraulic fracture based on fractal theory

Hu Chaoyang, Ai Chi, Wang Fengjiao

(College of Petroleum Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing City, Heilongjiang Province, 163318, China)

**Abstract**: The accurate description of the distribution of hydraulic fracturing fractures is an important prerequisite for the fracturing design and evaluation of fracturing effect. But the position and shape of the fractures have not been described before in the research of description of the branched fracture. So a branches model established on L-system was used and a plane simulation and description method of natural weak surface distribution was established. The natural weak surface was classified using fractal similarity principle, and the corresponding shear strength, tensile strength and the gradient of pressure loss of the fracture fluid after fracturing were known. The simulation method of branched hydraulic fracture distribution was put forward based on the established natural weak surface distribution model and the shear and extension law of fracture. The results show that the number of branched fractures is closely related to the net fracture pressure at shaft wall and difference between the maximum and minimum principal stress. There are multiple branched fractures. The smaller the difference between the maximum and minimum principal stress is, the more the branched micro fractures open and the larger the connected range is. By using this method, the plane fracture shape and opening condition with fractal characteristics can be simulated. This method also provides the basis for the formation mechanism of complex fracture.

 $Key \ words: {\it fractal}; L-system; natural \ weak \ surface; fractures \ distribution; hydraulic \ fracturing; pressure \ loss \ gradient \ results \ res$ 

人工裂缝的起裂和延伸规律的研究对有效发

挥水力压裂的增产、增注措施效果极为重要。在建

收稿日期:2016-06-03。

作者简介:胡超洋(1986—),男,黑龙江大庆人,在读博士研究生,从事油气井工程力学方面的研究。联系电话:13946998872, E-mail: huchaoyang8699@126.com。

基金项目:国家自然科学基金"基于混沌理论煤层气井压裂孔裂隙分形演化与渗流特征研究"(51274067)和"煤层压裂复杂裂缝形成机理 与压后裂缝导流能力评价研究"(51504068),东北石油大学研究生创新科研项目"注采诱发地层水平断面滑移和套损规律研究" (YJSCX2015-008NEPU)。

立水力压裂垂直裂缝起裂模型时,通常假设人工裂缝在水平面上是以井眼为起点沿直线前进的。而 在实际的压裂过程中,宏观上裂缝沿最大主应力方向延伸,但微观上主裂缝附近存在较多的裂缝分 支<sup>[1-3]</sup>。在人工裂缝分支的描述方面,仅开展了分支 裂缝的范围和规模等研究<sup>[4-7]</sup>,尚未开展裂缝位置和 形态等描述研究。为此,笔者采用分形L-系统建立 描述岩石中天然薄弱面形态与分布规律的方法,依 据分形相似性计算各级别天然薄弱面内压裂液压 降梯度,天然薄弱面抗剪、抗张强度,得出水力压裂 分支裂缝分布模拟计算方法。运用该计算方法能 够模拟具有分形特征的天然薄弱面形状及其在不 同条件下水力压裂时的裂缝开启状况,为复杂裂缝 形成分析提供理论依据,为压裂设计及压裂效果评 价提供基础。

### 1 岩石天然薄弱面的描述方法

岩石内部结构中天然存在大量不规则分布的 力学薄弱面,其附近强度等特性与周围岩体不同, 由于天然薄弱面尺寸不同、方向各异、位置杂乱无 章,使得整个岩体的力学性质不均匀<sup>[8-11]</sup>。水力压 裂过程中,人工裂缝总是沿着最容易破坏的方向延 伸,有些天然薄弱面所处应力虽然小于附近其他位 置,但其强度也相对较低,使得天然薄弱面先发生 断裂,导致人工裂缝的延伸方向发生一定的偏转或 产生小的裂缝分支。因此,由于岩石内部结构的均 质特性,水力压裂过程中形成的人工裂缝宏观上沿 着最大主应力方向扩展,但微观上的路径具有不确 定性。

为了描述其形态与分布特征,假设岩石中天然 薄弱面分布具有严格的自相似性,应用分形L-系统 形成分形图案的方法<sup>[12]</sup>描述天然薄弱面的平面分 布特征,将岩石中的天然薄弱面系统视为某特定生 成元无限次迭代的最终结果。

根据天然薄弱面形态特征,提出具有树枝形状的生成元(图1)。模型上有1根主干,主干有 *n* 节。 主干 *M<sub>i</sub>* 与主干 *M<sub>j+1</sub>*间有 *k* 个分支(*k*=0,1,2…),分 支上有多节,每节间有一定的夹角。

依据对生成元形态的假设,得出生成元的通式 (图2),运用分形L-系统计算天然薄弱面形态时,将 初始行进指令按照生成元进行 x 次迭代替换,迭代 替换过程中,第 j 次替换后的行进指令中待定系数 b 赋值为 j 。由分形L-系统计算天然薄弱面分形维 数为



图 1 网位侯空主成儿结构示息 Fig.1 Schematic diagram of generator in branches model



$$D = \frac{\ln(n+m)}{\ln n} \tag{1}$$

分形 L-系统生成元的主干节数和分支总数的 取值尽可能地满足天然薄弱面分形维数与研究区 域分形维数较接近。

## 2 天然薄弱面的开启判别条件

假设天然薄弱面形态具有自相似性,则第*i*级 天然薄弱面的宏观直线长度为

$$a_i = a_0 n^{-i}$$
  $i = 1, 2, 3, \cdots$  (2)

从微观上看,岩石中天然薄弱面是迂回曲折 的。依据分形自相似特性可知,用不同分辨度测量 出的天然薄弱面总长不同,当分辨度为δ时,测量*i* 级天然薄弱面微观长度表达式为

$$L_i(\delta) = a_i \left(\frac{a_i}{\delta}\right)^{D-1}$$
(3)

由式(2)、式(3)整理后可得

$$L_i(\delta) = L_0(\delta) n^{-iD} \tag{4}$$

水力压裂过程中,人工裂缝延伸可能遇到岩石 中的天然薄弱面(图3)。

不同级别的天然薄弱面粗糙程度与胶结程度 不同,其抗剪强度、抗张强度也不同,假设各级天然 薄弱面符合断裂力学破坏条件,则*i*级天然薄弱面 抗剪强度和抗张强度的表达式分别为

$$\tau_{ic} = \frac{K_{ii}}{\sqrt{0.5\pi L_i(\delta)}} \tag{5}$$



#### 图3 延伸裂缝与天然薄弱面交汇示意

Fig.3 Convergent point between extending fractures and natural weak surface

$$\sigma_{ic} = \frac{K_1}{\sqrt{0.5\pi L_i(\delta)}} \tag{6}$$

由式(4)一式(6)整理后可得

$$\tau_{ic} = \tau_{0c} n^{\frac{i}{2}D} \tag{7}$$

$$\sigma_{ic} = \sigma_{0c} n^{2^{D}} \tag{8}$$

根据几何关系可得出任意位置天然薄弱面剪 切破裂临界值为

$$p_{s} = \frac{\tau_{0c} n^{\frac{i}{2}D}}{K_{f}} + \sigma_{H} \sin^{2}\theta + \sigma_{h} \cos^{2}\theta - \frac{1}{K_{f}} (\sigma_{H} - \sigma_{h}) \sin \theta \cos \theta - \sigma_{h}$$
(9)

天然薄弱面发生张性破坏的临界值为

$$p_0 = (\sigma_{\rm H} - \sigma_{\rm h}) \sin^2 \theta + \sigma_{0c} n^{\frac{1}{2}\nu}$$
(10)

天然薄弱面的压力在达到剪切破裂或张性破 裂任意临界点时,即发生破坏并开启形成裂缝。模 拟水力压裂分支裂缝分布时,首先依据实验确定天 然薄弱面形态参数,建立岩体天然薄弱面分布模 型,再结合天然薄弱面开启判别条件判断网格是否 开启,最后绘制出含开启裂缝的网格。

#### 3 裂缝内压力损耗的计算模型

当天然薄弱面破坏形成裂缝后,压裂液在裂缝 内流动会发生压力损耗,第*i*级天然薄弱面开启后 宏观压降梯度为

$$G_i = \frac{\Delta p_i}{a_i} \tag{11}$$

压裂液在开启的裂缝中渗流将发生压力损耗, 其表达式为

$$\Delta p_i = G(\delta) L_i(\delta) \tag{12}$$

由式(4)、式(11)和式(12)整理后得各级裂缝 宏观压降梯度表达式为

$$G_i = G_0 n^{iD-i} \tag{13}$$

依据设定的地应力参数和压裂参数计算井眼 附近压裂液压力,结合各位置天然薄弱面开启强 度,绘制出水力压裂分支裂缝形态及压力分布。

#### 4 实例分析

以文献[13]所测天然岩心实验结果为例,岩石 表面天然薄弱面扫描结果包括天然薄弱面分形维 数为1.4,裂缝转角为35.5°。依据建立的树枝模型, 试算出当n=3,m=4时树枝模型分形维数为 1.4037,与文献[13]测出的天然薄弱面盒维接近。 假设生成元为" $F_0[-F_1 - -F_1]F_0[+F_1 + F_1]F_0$ ",得出天 然薄弱面形态(图4)。



Fig.4 Distribution of natural weak surface

实例计算参数主要包括:天然薄弱面最低抗剪 强度为0.05 MPa;天然薄弱面最低抗张强度为0.03 MPa,天然薄弱面上壁面摩擦系数为0.4,井筒附近 主裂缝压降梯度为0.045 MPa/m。由式(7)、式(8)和 式(13)计算出各级天然薄弱面裂缝抗剪强度、抗张 强度及其开启后宏观压降梯度(图5)。

通过式(7)、式(8)和式(13)可知,5级裂缝压降 梯度为0.421 MPa/m,是井眼附近的9.53倍,裂缝抗 剪、抗张强度增至2.632和1.418 MPa,增大47.23倍; 天然薄弱面由0级增长到3级,其内部压裂液压降 梯度由0.045 MPa/m增长到0.172 MPa/m,增大3.82 倍,裂缝抗剪、抗张强度由0.05和0.03 MPa增至 0.505和0.303 MPa,增大10.11倍。可见,裂缝内压 裂液压降梯度,裂缝抗张、抗剪强度均随裂缝级别 的升高而极速增加。

利用分形L-系统建立的天然薄弱面分布模型, 结合天然薄弱面开启判别条件,模拟计算出井壁处 缝内净压力,最大与最小主应力差值取不同值时裂



开启后宏观压降梯度

Fig.5 Shear and tensile strength and pressure loss gradient of natural weak surface in different levels after it opens

缝的开启情况以及计算结果(图6)。

从图6可以看出,缝内净压力相同时,天然薄弱 面开启数量随着主应力差值的增大而逐渐减少,裂 缝的网络状程度也逐渐降低。如当缝内净压力为2 MPa时,若主应力差值为1 MPa,主裂缝附近分支裂 缝数量较多,分支裂缝上的高级分支开启数量也较 多;若主应力差值为2 MPa,主裂缝附近低级裂缝数 量明显减少,分支上的高级分支几乎消失;若主应



图6 井壁处缝内净压力、最大最小主应力差值不同时 裂缝的开启状况

Fig.6 Opening situation of fractures with various fracture net pressures at shaft wall and differences between the maximum and minimum principal stress

力差值为4 MPa,主裂缝上仅有零星的几个低级裂缝,高级天然薄弱面没有起裂。可见,随着主应力差值的增大,主裂缝附近分支裂缝起裂变得更加困难,岩体在水力压裂过程中形成裂缝的分散程度明显下降。

当最大与最小主应力差值相同时,主裂缝开启 长度随着缝内净压力增大而增大,同时各级别天然 薄弱面开启数量也明显增加,形成的裂缝也越趋近 于网络状。如当最大与最小主应力差值为5 MPa 时,若缝内净压力由4 MPa增加到6 MPa,使得井眼 附近1条较长的天然薄弱面开启,裂缝分布面积明 显增加;若最大与最小主应力差值较小,只需较小 的井底净压力即可形成网络状裂缝,最大与最小主 应力差值越大,网状裂缝形成越困难。如当最大与 最小主应力差值为2 MPa时,缝内净压力仅为4 MPa,天然薄弱面就已经成片存在并形成网状裂缝; 而当最大与最小主应力差值为10 MPa时,缝内净压 力即使达到10 MPa,开启天然薄弱面也仅以最大主 应力方向的2条裂缝为主,高级天然薄弱面几乎不 开启。模拟计算结果与网状裂缝形成规律符合较 好。

#### 5 结论

通过分形L-系统建立树枝模型,将天然薄弱面 分级并得出各级天然薄弱面抗张强度和抗剪强度 和开启后缝内压裂液压降梯度,描述天然薄弱面的 形态、分布特征、渗流特征与力学特性,计算结果表 明,井壁处缝内净压力大和最大与最小主应力差值 小是裂缝沿多方向开启的有利条件。计算结果与 网状裂缝开启规律相同。该研究成果可应用于天 然裂缝储层裂缝发育描述及水力压裂分支裂缝分 布规律与预测,对水力压裂优化设计提供理论基 础。

#### 符号解释:

F——生成元中前进符号且前进的步长相等; i——分 支级别; b——待定分支级别;图2中+和-分别为左转与右转 符号; a——转角;"["代表一个记录点,执行到"]"时,行进位 置与角度返回至相应记录点; D——天然薄弱面分形维数; n——生成元主干节数; m——生成元分支总数;  $a_i$ ——第 i 级天然薄弱面的宏观直线长度,m;  $a_0$ ——天然薄弱面最长 的长度,m;  $L_i(\delta)$ ——测量分辨率为 $\delta$ 时;级天然薄弱面最长的微 观长度,m;  $\sigma_{\rm H}$ ——储层最大水平主应力,MPa;  $\sigma_{\rm h}$ ——储层 最小水平主应力, MPa;  $\theta$  — 水力压裂裂缝与天然薄弱面的夹角, (°);  $\tau_{ie}$  — *i*级天然薄弱面抗剪强度, MPa;  $K_{II}$  — 裂缝剪切破坏强度因子, MPa·m<sup>05</sup>;  $\sigma_{ie}$  — *i*级天然薄弱面抗张强度, MPa;  $K_{I}$  — 裂缝张性破坏强度因子, MPa·m<sup>05</sup>;  $\tau_{oe}$  — 天然薄弱面最低抗剪强度, MPa;  $\sigma_{oe}$  — 天然薄弱面最低抗张强度, MPa;  $p_{i}$  — 天然薄弱面最低抗张强度, MPa;  $\rho_{o}$  — 天然薄弱面最低抗张强度, MPa;  $p_{i}$  — 天然薄弱面前切破裂临界值, MPa;  $K_{I}$  — 天然薄弱面上壁面摩擦系数;  $p_{0}$  — 天然薄弱面张性破裂临界值, MPa;  $G_{i}$  — 第*i*级天然薄弱面开启后宏观压降梯度, MPa/m;  $\Delta p_{i}$  — 压力损耗, MPa;  $G(\delta)$  — 裂缝微观压降梯度, MPa/m;  $G_{0}$  — 并简附近主裂缝压降梯度, MPa/m;  $p_{net}$  — 缝内净压力, MPa;  $\Delta \sigma$  — 主压力差值。

#### 参考文献:

- [1] 李勇明,王琰琛,马汉伟.页岩储层多段压裂后裂缝自然闭合压 力递减规律[J].油气地质与采收率,2016,23(2):98-102.
   Li Yongming, Wang Yanchen, Ma Hanwei.Pressure decline analysis on natural closure of cracks after multistage fracturing in shale gas reservoir [J].Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2016,23(2):98-102.
- [2] 陈勉,周健,金衍,等.随机裂缝性储层压裂特征实验研究[J]. 石油学报,2008,29(3):431-434. Chen Mian, Zhou Jian, Jin Yan, et al.Experimental study on fracturing features in naturally fractured reservoir[J].Acta Petrolei Sinica,2008,29(3):431-434.
- [3] 赵金洲,任岚,胡永全,等.裂缝性地层射孔井破裂压力计算模型[J].石油学报,2012,33(5):841-845.
   Zhao Jinzhou, Ren Lan, Hu Yongquan, et al.A calculation model of breakdown pressure for perforated wells in fractured formations
   [J].Acta Petrolei Sinica,2012,33(5):841-845.
- [4] 张广清,陈勉,赵艳波.新井定向射孔转向压裂裂缝起裂与延伸 机理研究[J].石油学报,2008,29(1):116-119.
   Zhang Guangqing, Chen Mian, Zhao Yanbo.Study on initiation and propagation mechanism of fractures in oriented perforation of new wells[J].Acta Petrolei Sinica,2008,29(1):116-119.
- [5] 马骁骐,倪金龙,张凯,等.惠民凹陷临南洼陷T<sub>6</sub>反射层断裂分 形特征与有利储层预测[J].油气地质与采收率,2015,22(1): 52-56.

Ma Xiaoqi, Ni Jinlong, Zhang Kai, et al.Fractal characteristics of fracture and favorable reservoir prediction of seismic reflection layer T<sub>6</sub> in Linnan subsag, Huimin sag[J].Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2015, 22(1):52–56.

[6] 曹涛涛,宋之光,刘光祥,等.氮气吸附法一压汞法分析页岩孔

隙、分形特征及其影响因素[J].油气地质与采收率,2016,23 (2):1-8.

Cao Taotao, Song Zhiguang, Liu Guangxiang, et al.Characteristics of shale pores, fractal dimension and their controlling factors determined by nitrogen adsorption and mercury injection methods [J].Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2016, 23(2):1– 8.

[7] 赵万春.水力压裂岩体非线性损伤演化研究[D].大庆:大庆石 油学院,2009.

Zhao Wanchun.Study of rock mass nonlinearity damage evolutionary on hydraulic fracturing [D].Daqing: Daqing Petroleum Institute, 2009.

- [8] 周健,陈勉,金衍,等.压裂中天然裂缝剪切破坏机制研究[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(增1):2637-2641.
  Zhou Jian, Chen Mian, Jin Yan, et al.Mechanism study of shearing slippage damage of natural fracture in hydraulic fracturing[J].
  Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27 (Supplement1):2637-2641.
- [9] Margaret Seibel, Adam Baig, Ted Urbanic.Single versus multiwell microseismic recording: what effect monitoring configuration has on interpretation[R].SPE 140525,2011.
- [10] 王松,杨洪志,赵金洲,等.页岩气井可压裂性综合评价方法研究及应用[J].油气地质与采收率,2016,23(2):121-126.
  Wang Song, Yang Hongzhi, Zhao Jinzhou, et al.Research and application of comprehensive evaluation on fracability of shale gas wells [J].Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2016, 23 (2):121-126.
- [11] 单业华,葛维萍.储层天然裂缝形成机制的初步研究——以静 北潜山油藏为例[J].石油实验地质,2001,23(4):457-464. Shan Yehua, Ge Weiping.A preliminary study on the formation mechanisms of natural fractures in reservoirs: an example from Jingbei buried-hill pool, north of central Liaoning province [J]. Petroleum Geology & Experiment,2001,23(4):457-464.
- [12] 王晓军,吴健,夏洁,等.基于L-系统的三维分形图形描述语言系统[J].计算机工程,2009,35(12):194-197.
  Wang Xiaojun, Wu Jian, Xia Jie, et al.Three-dimensional fractal graphic description language system based on L-system[J].Computer Engineering,2009,35(12):194-197.
- [13] 文再明.岩体裂缝面数量三维分形分布规律研究与仿真理论
   [D].太原:太原理工大学,2003.
   Wen Zaiming.Study on three-dimension fractal distribution law of the crack face number in rock mass and emulation theory[D].Tai-

yuan: Taiyuan University of Technology, 2003.

编辑王星