

裂缝性储层中复杂压裂缝网形成过程的数值模拟

张子麟¹,席一凡²,李明¹,张潦源¹,黄波¹,李连崇³

(1.中国石化胜利油田分公司石油工程技术研究院,山东东营257000;2.大连理工大学土木工程学院,辽宁大连116024;3.东北大学资源与土木工程学院,辽宁沈阳110819)

摘要:水力压裂技术是油气田增产的重要措施。页岩、砂岩等储层常发育不同程度的天然裂缝,在对裂缝性储层进行水力压裂改造过程中,储层中天然裂缝的存在对水力裂缝尤其是压裂缝网的形成及其发育程度具有十分重要的影响。基于有限元原理的岩石破裂过程分析系统的数值模拟,通过建立发育天然裂缝的二维平面应变模型,研究在储层水力压裂过程中,水力裂缝及复杂压裂缝网的形成过程,并对其影响因素进行分析,同时引入适合于储层复杂裂缝分形维数测定的统计方法——基于盒数法的网格覆盖法,对数值模拟的压裂效果进行评价。结果表明:天然裂缝的发育程度与压裂改造效果关系密切,水力裂缝遇天然裂缝发生分叉,并沿天然裂缝扩展滑移或直接穿过天然裂缝,形成复杂水力裂缝及复杂压裂缝网;天然裂缝发育密度越大,其迹长越长,水力裂缝的分形维数越大,对裂缝性储层改造效果越好。

关键词:水力压裂 天然裂缝 分形 缝网 数值模拟 裂缝性储层

中图分类号:TE357.1

文献标识码:A

Numerical simulation on the formation of complex fracture network in fractured reservoirs

ZHANG Zilin¹, XI Yifan², LI Ming¹, ZHANG Liaoyuan¹, HUANG Bo¹, LI Lianchong³

(1. Institute of Petroleum Engineering, Shengli Oilfield Company, SINOPEC, Dongying City, Shandong Province, 257000, China; 2. College of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian City, Liaoning Province, 116024, China; 3. School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang City, Liaoning Province, 110819, China)

Abstract: Hydraulic fracturing technology is an important method to increase oil and gas production. In reservoirs such as shale and sandstone, different degrees of natural fractures develop. When hydraulic fracturing is used for fractured reservoirs, the existence of natural fracture has a significant impact on the formation and development degree of hydraulic fracture, especially for fracture network. In order to analysis the rock failure process, a two-dimensional plane-strain calculation model based on the FEM (finite element method) was established considering the development of natural fractures. The formation process of hydraulic fractures and complex fracture network in the hydraulic fracturing process were re-researched, and its influencing factors were analyzed. Grid-coverage method based on box counting method was introduced to measure the fractal dimension of the complex reservoir fractures and the fracturing effect obtained by numerical simulation was evaluated. The simulation results suggest that the development of natural fractures definitely affects the produced fractures. When propagating near natural fractures, hydraulic fractures will bifurcate, slip along the natural fracture for extension, or directly propagate through the natural fractures in its previous direction, and form a complex hydraulic fracture or a fracture network. Dense natural fractures with larger trace length can result in larger fractal dimension of hydraulic fractures and better reformation effect of the fractured reservoirs.

收稿日期:2017-11-04。

作者简介:张子麟(1989—),男,山东莘县人,工程师,从事采油工艺技术研究与应用工作。联系电话:(0546)8788643, E-mail:cyylzll@163.com。

基金项目:国家科技重大专项“渤海湾济阳坳陷致密油开发示范工程”(2017ZX05072)和“软硬间互地层水力压裂裂缝三维延伸机理研究”(51279024)。

Key words: hydraulic fracture; natural fracture; fractal; fracture network; numerical simulation; fractured reservoirs

近年来,随着常规油气藏资源量和产量不断下降,页岩气、页岩油、致密气和致密油等非常规油气藏备受人们关注^[1-4]。大量的油气储存在低渗透裂缝性储层中,而天然裂缝的发育极大改善了储层物性^[5-8],因而,在对裂缝性储层进行水力压裂时,要充分考虑天然裂缝对于水力压裂的影响。天然裂缝的发育是形成复杂压裂缝网的基础,天然裂缝发育程度越高,储层改造效果越好,越利于形成复杂压裂缝网,增产效果越明显^[9-11]。BLANTON通过实验发现,水力裂缝扩展方向的主要影响因素是天然裂缝的逼近角和水平主应力差^[12-13]。周健等的研究成果表明,裂缝性储层天然裂缝发育充分,对水力压裂方向的形成有着重要影响^[14-15]。WEI等应用物理实验方法,通过改变天然裂缝的胶结面积,研究水力裂缝与天然裂缝相互作用的结果,发现随着胶结面积的递减,水力裂缝在扩展至天然裂缝处时,有3种路径:完全穿过;部分穿过,同时沿着界面有延伸;完全沿界面延伸^[16]。崔明月等采用有效地改造储层体积来表征水力压裂对储层的改造程度,研究成果表明,对于脆性指数高、天然裂缝发育好、胶结程度差、水平主应力差小的储层,压裂更容易形成网络裂缝^[17]。尚校森等采用物理与数值模拟实验,利用分形理论及裂缝潜能指数的概念评价压裂缝网的复杂程度^[18]。

目前在压裂缝网的研究中,物理实验模拟难以呈现大尺度情况下的水力压裂形态。而在数值模拟实验中,很难考虑储层非均质性,也无法体现在水力压裂过程中裂缝的扩展形态,不能将其完全有效地运用到实际工程设计中。另外,以上诸多研究均表明,复杂缝网的形成主要受主裂缝与天然裂缝夹角和水平主应力差这2个参数影响,但对其他影响因素研究较少。为此,笔者基于有限元原理的岩石破裂过程分析系统(RFPA)建立模型,考虑储层非均质性,较为真实地呈现复杂压裂缝网的形成过程,研究天然裂缝密度及其迹长对形成复杂压裂缝网的影响,并引入分形理论对缝网复杂程度进行评价。

1 复杂压裂缝网的形成过程

1.1 天然裂缝设置

天然裂缝设置主要采用李万润编译的“缩格法”程序^[19],生成带有天然裂缝坐标的文本文件,在

RFPA建模过程中对其进行导入。在研究不同天然裂缝迹长对复杂压裂缝网形成规律的影响过程中,由于“缩格法”程序每次生成的裂缝坐标是随机的,且遵循单一变量原则,因此其模拟结果更具说服力。运用Fortran语言编译程序,对已生成的天然裂缝坐标进行读取,保持压裂裂缝中心不变,将压裂裂缝长度改变,生成新的裂缝坐标文本文件。在天然裂缝较发育的裂缝性储层中常形成多组裂缝,有时会被其他裂缝切割^[11],因而在天然裂缝生成的基础上,设置1组次生裂缝。

1.2 模型建立

为研究裂缝性储层复杂压裂缝网的形成规律,运用RFPA²⁰建立二维平面应变模型,如图1所示,储层水平剖面尺寸为3 m×3 m,划分为300×300个单元。最大和最小水平主应力分别设为28和18 MPa,边界设为不透水边界。模型基质材料力学参数的选取参考文献[20]。在模型中心布置一个直径为100 mm的压裂井筒,对其内部施加水压,在井筒两端沿最大主应力方向射孔。利用“缩格法”程序,生成天然裂缝的密度为6条/m,发育角度为45°的坐标文本文件,导入到模型中,发现天然裂缝被一组密度很小的次生裂缝垂直切割。由于在实际工程中很难直接测得充填天然裂缝的物理力学参数,因此假设一种刚度和强度较低的特殊材料充填天然裂缝。模型储层基质及天然裂缝的具体物理参数见表1。

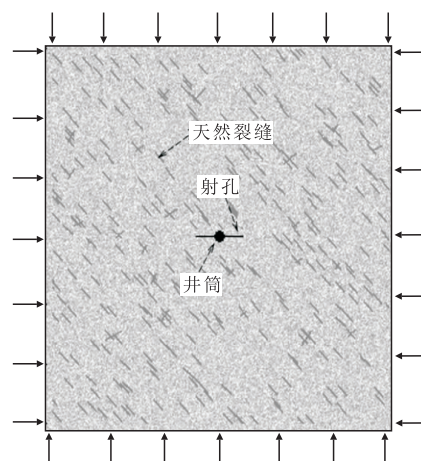


图1 应变模型示意

Fig.1 Schematic diagram of strain model

1.3 形成过程

随着井筒注水压力的增加,可见复杂压裂缝网扩展全过程(图2)。起初,水力裂缝从射孔处起裂,

表1 模型储层基质及天然裂缝的物理力学参数
Table1 Physical and mechanical parameters of reservoir matrix and natural fractures in the model

模型参数	弹性模量/MPa	单轴抗压强度/MPa	泊松比	内摩擦角/(°)	单轴抗拉强度/MPa	渗透系数/(m·d ⁻¹)
储层基质	20 000	72	0.25	30	4	0.000 1
天然裂缝	640	9	0.27	27	0.9	0.001

形成2条对称的宏观裂缝,并沿着最大主应力方向扩展(图2a)。受天然裂缝局部应力场的影响,水力裂缝形态并不十分平直,裂缝附近的单元被破坏,裂缝宽度增大,但总体趋势还是沿最大主应力方向发育。在水力裂缝遇天然裂缝时,天然裂缝开启、膨胀,水力裂缝沿着天然裂缝滑移(图2b)。随着井筒注水压力的增加,主裂缝附近的天然裂缝发生开裂(图2c),这是由于天然裂缝的胶结强度远小于储层基质的强度,在水压力场的影响下,附近的拉应力场大于天然裂缝的抗拉强度,而发生开裂。之后,水力裂缝继续向前扩展,受边界效应及天然裂缝局部应力场的影响,右侧主裂缝在远离应力场处出现分叉现象,并有部分水力裂缝直接穿过天然裂缝(图2d);而左侧主裂缝由于天然裂缝分布较少,并没有出现明显分叉现象。这样就形成了具有复杂形态的宏观压裂缝网。

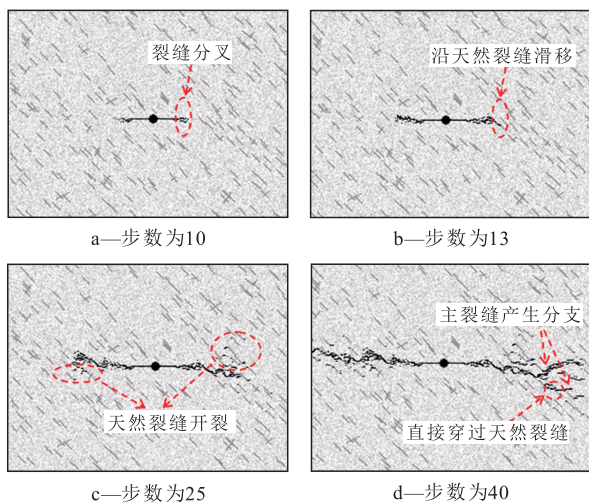


图2 复杂压裂缝网形成过程
Fig.2 Formation process of complex fracture network

2 复杂压裂缝网评价

在表征储层体积改造导致的裂缝复杂程度的方法中,部分学者用裂缝复杂指数(*FCI*)来表征储层体积改造的效果^[21-22]。*FCI*值越大,缝网越复杂,储层体积改造的效果就越好。*FCI*是微地震监测的裂缝宽度与长度之比,较为简单,也是对复杂缝网

的近似表征。但监测微地震活动的云图通常有一个最小宽度,约为30~60 m,且微地震信号所表征的微地震事件与裂缝是否到达的关系还不清楚,因此*FCI*值具有很大的不确定性。复杂压裂缝网具有分形特征,因而用分形维数来描述裂缝的相关性和缝网的复杂程度更为准确^[23]。

通常采用盒数法、面积周长法和变差函数法等方法确定分形维数。但适用于裂缝性储层复杂压裂缝网分形维数测定的统计方法是基于盒数法的网格覆盖法。为定量研究分形问题,定义一个分形集合,其表达式为

$$N(\lambda) = A\lambda^{-D} \quad (1)$$

式中:*N*为网格数,个; λ 为网格边长,*m*; *A*为比例常数;*D*为裂缝分布的分形维数。

对式(1)两边取对数,得

$$\ln N(\lambda) = \ln A - D \ln \lambda \quad (2)$$

该方法操作的基本步骤为:①以边长为 λ 的网格覆盖整个岩心,统计包含有裂缝的正方形网格数。②逐渐改变正方形网格的边长,统计相应的网格数。③对边长为 λ 和相应的网格数取对数,然后以 $\ln \lambda$ 为横坐标,以 $\ln N(\lambda)$ 为纵坐标,在双对数坐标系中利用最小二乘法对统计数据进行分析,若岩心的裂缝具有明显分形特征,则呈现的曲线将满足式(2)中的线性关系,而其斜率即为所求的分形维数。例如,图3是天然裂缝密度为10条/*m*,迹长为100 *mm*的情况下,采用网格覆盖法模拟的压裂结果,利用以上方法,将压裂后的模型进行网格划分。根据式(2)绘制裂缝分形统计图(图4),求得回归直线的斜率为-1.030 5,相关系数为0.997 9,说明具有良好的分形特征,由此可知,该压裂性储层压裂后的裂缝分形维数为1.030 5。因此利用分形维数来对压裂缝网的复杂程度进行评价是可靠的,水力裂缝的分形维数越大,压裂缝网越复杂。

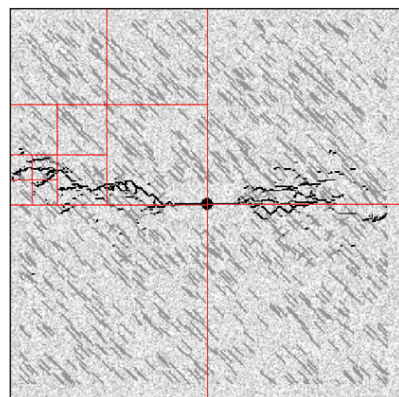


图3 网格覆盖法模型示意
Fig.3 Numerical model of grid-coverage method

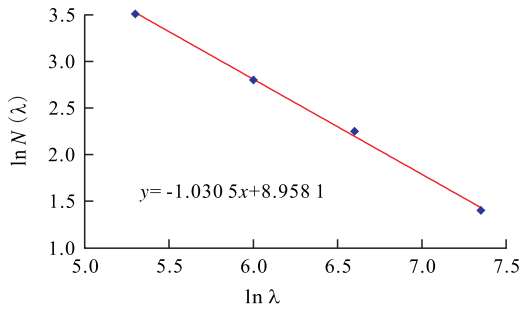


图4 裂缝分形统计

Fig.4 Chart of fracture fractal calculation

3 模拟结果及分析

3.1 天然裂缝密度对复杂压裂缝网形成的影响

天然裂缝在储层中的分布极不均匀,密度变化很大。当水力裂缝遇天然裂缝时,在水压力场和主应力场的作用下,天然裂缝可能会被张拉破坏,使水力裂缝的扩展路径发生偏移,形成复杂压裂缝网。因而,天然裂缝的密度影响水力压裂后整个储层压裂缝网的复杂程度。为此,建立方案1(天然裂缝密度为5条/m)、方案2(天然裂缝密度为8条/m)、方案3(天然裂缝密度为10条/m)和方案4(天然裂缝密度为13条/m)4个不同裂缝密度的模型,天然裂缝迹长均为100 mm,且保持不变。模拟结果(图5)表明:在方案1模型中,天然裂缝密度为5条/m,水力裂缝多数情况下是在储层基质中扩展,宏观主裂缝形态较平直,沿最大主应力方向发育,且在主裂缝附近会发生一些天然裂缝开启的现象,但难以形成复杂压裂缝网;在方案2模型中,天然裂缝密度为8条/m,在水力裂缝扩展过程中,遇到的天然裂缝增多,水力裂缝会有明显的偏移,裂纹出现分叉;在方

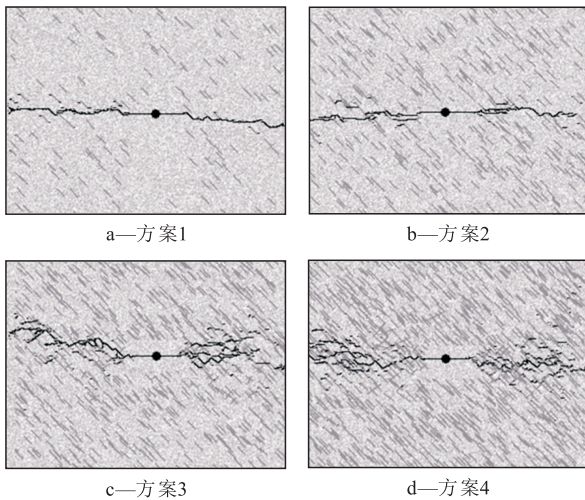


图5 不同天然裂缝密度下复杂压裂缝网扩展形式

Fig.5 Extension pattern of complex fracture network with different densities of natural fracture

案3和方案4模型中,随着天然裂缝密度的增大,当达到10和13条/m时,水力裂缝开始出现明显的滑移、分叉和扭曲现象,裂纹呈现出放射状,形成复杂的压裂缝网。

利用对分形维数的求解方法,求得方案1—方案4的分形维数分别为0.818 6,0.921 1,1.030 5和1.129 5,进而得到分形维数与天然裂缝密度的关系(图6)。随着天然裂缝密度的增大,裂缝的分形维数增大,说明在天然裂缝较发育的储层中进行水力压裂时,易于复杂压裂缝网的形成,更有利于提高水力压裂的改造规模。

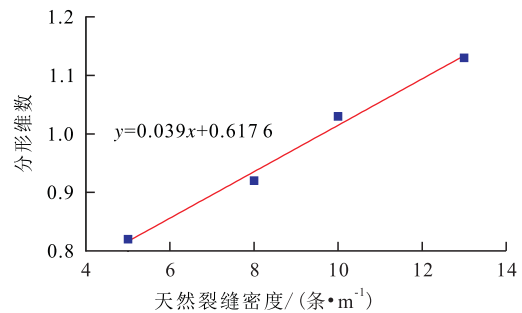


图6 分形维数与天然裂缝密度的关系

Fig.6 Relation of fractal dimension and natural fracture density

3.2 天然裂缝迹长对复杂压裂缝网形成的影响

为研究天然裂缝迹长对水力裂缝扩展的影响,设置方案1(天然裂缝迹长为50 mm)、方案2(天然裂缝迹长为100 mm)、方案3(天然裂缝迹长为150 mm)和方案4(天然裂缝迹长为200 mm)4个不同天然裂缝迹长的模型,天然裂缝密度均为6条/m,保持天然裂缝中心点坐标不变。开启和扩展天然裂缝是缝网形成的基础。天然裂缝迹长较小时,在主裂缝扩展过程中,部分天然裂缝开启,但由于压裂裂缝长度较小,覆盖范围有限,裂缝的偏移量较小,水力裂缝的扩展路径未发生很大的变化(图7a)。天然裂缝迹长达到100 mm,水力裂缝随天然裂缝的偏移量增大,天然裂缝开启数量不断增多,主裂缝出现分叉、偏转和扭转现象(图7b)。随着天然裂缝迹长的不断增加,压裂液开启的天然裂缝增多,渗透性储层范围变大,水力裂缝在储层基质与天然裂缝之间交错扩展,形成复杂压裂缝网,对裂缝性储层改造效果较好(图7c,7d)。

对4个模型的模拟结果求分形维数,得到方案1、方案2、方案3和方案4的分形维数分别为0.890 9,0.956 0,0.982 0和1.054 2,并绘制分形维数与天然裂缝迹长关系曲线(图8)。结果表明,随天然裂缝迹长的增大,裂缝分形维数以增函数的形式增加,从而提高了压裂改造效果。

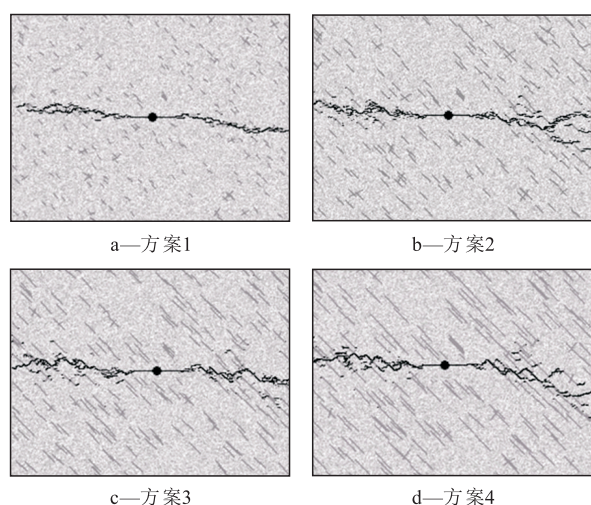


图7 不同天然裂缝迹长下复杂压裂缝网扩展形式

Fig.7 Extension pattern of complex fracture network with different trace lengths of natural fracture

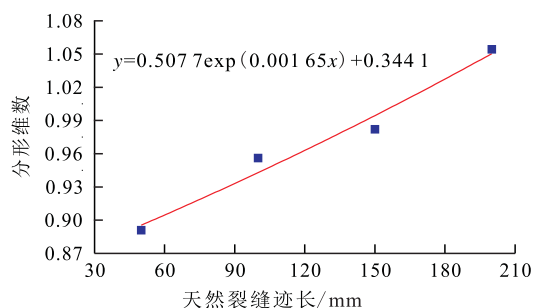


图8 分形维数与天然裂缝迹长的关系

Fig.8 Relation of fractal dimension and natural fracture trace length

4 结论

在裂缝性储层中,天然裂缝的存在是复杂压裂缝网形成的重要基础。水力裂缝遇天然裂缝发生分叉,并沿天然裂缝扩展、滑移或直接穿过天然裂缝,形成复杂压裂缝网。水力裂缝的分形维数越大,压裂缝网越复杂,压裂改造效果越好。另外,天然裂缝的发育程度影响压裂改造效果,天然裂缝密度越大,其迹长越长,水力裂缝的分形维数越大,储层压裂改造效果越好;反之,复杂压裂缝网则难以形成一定的规模,压裂效果较差。

参考文献:

- [1] DARISHCHEV A, ROUVROY P, LEMOUZY P. On simulation of flow in tight and shale gas reservoirs [C]. SPE 163990, 2013: 1-17.
- [2] 王南,裴玲,雷丹凤,等. 中国非常规天然气资源分布及开发现状[J]. 油气地质与采收率, 2015, 22(1): 26-31.
WANG Nan, PEI Ling, LEI Danfeng, et al. Analysis of unconven-

tional gas resources distribution and development status in China [J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2015, 22(1): 26-31.

- [3] 杜贵超, 仓辉, 张森森, 等. 呵叻盆地L区块裂缝发育特征及形成机理[J]. 特种油气藏, 2016, 23(6): 21-25.
DU Guichao, CANG Hui, ZHANG Sensen, et al. Development pattern and genesis of fractures in block L of Khorat Basin [J]. Special Oil & Gas Reservoirs, 2016, 23(6): 21-25.
- [4] 牛贯非, 李连崇, 李明, 等. 基于数值模拟的储层岩石力学参数预测模型分析及应用[J]. 油气地质与采收率, 2017, 24(2): 73-79.
NIU Guanfei, LI Lianchong, LI Ming, et al. Analysis and application on prediction model of reservoir rock mechanical parameters based on numerical simulation [J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2017, 24(2): 73-79.
- [5] AGUILER R. Role of natural fractures and slot porosity on tight gas sands [C]. SPE 114174, 2008.
- [6] 王一帆, 黄东安, 闫博, 等. 考虑弹塑性变形机制的储层天然裂缝闭合模型[J]. 大庆石油地质与开发, 2017, 36(1): 75-80.
WANG Yifan, HUANG Dongan, YAN Bo, et al. Closed model of the reservoir natural fracture considering the elastic plastic deforming mechanism [J]. Petroleum Geology & Oilfield Development in Daqing, 2017, 36(1): 75-80.
- [7] 王丹丹, 李浩, 赵向原, 等. 新场气田储层裂缝特征及其与动态气水分布的关系[J]. 石油实验地质, 2016, 38(6): 748-756.
WANG Dandan, LI Hao, ZHAO Xiangyuan, et al. Characteristics of natural fractures and their influence on dynamic gas and water distribution in Xinchang gas field [J]. Petroleum Geology & Experiment, 2016, 38(6): 748-756.
- [8] 史晓东. 非均质致密油储层水平井体积压裂产能预测[J]. 特种油气藏, 2016, 23(3): 90-93.
SHI Xiaodong. Productivity forecast of volume-fractured horizontal well in heterogeneous tight oil reservoir [J]. Special Oil & Gas Reservoirs, 2016, 23(3): 90-93.
- [9] 延新杰, 李连崇, 张濂源, 等. 岩石脆性对水力压裂裂缝影响的数值模拟实验[J]. 油气地质与采收率, 2017, 24(3): 116-121.
YAN Xinjie, LI Lianchong, ZHANG Liaoyuan, et al. Numerical simulation experiment of the effect of rock brittleness on fracture propagation of hydraulic fracturing [J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2017, 24(3): 116-121.
- [10] 赵向原, 曾联波, 祖克威, 等. 致密储层脆性特征及对天然裂缝的控制作用——以鄂尔多斯盆地陇东地区长7致密储层为例[J]. 石油与天然气地质, 2016, 37(1): 62-71.
ZHAO Xiangyuan, ZENG Lianbo, ZU Kewei, et al. Brittleness characteristics and its control on natural fractures in tight reservoirs: A case study from Chang7 tight reservoir in Longdong area of the Ordos Basin [J]. Oil & Gas Geology, 2016, 37(1): 62-71.
- [11] 陈守雨, 刘建伟, 龚万兴, 等. 裂缝性储层缝网压裂技术研究及应用[J]. 石油钻采工艺, 2010, 32(6): 67-71.
CHEN Shouyu, LIU Jianwei, GONG Wanxing, et al. Study and application on network fracturing technology in fractured reservoir [J]. Oil Drilling & Production Technology, 2010, 32(6): 67-71.
- [12] BLANTON T L. An experimental study of interaction between hy-

- draulically induced and pre-existing fractures [C].SPE 10847, 1982.
- [13] BLANTON T L.Propagation of hydraulically and dynamically induced fractures in naturally fractured reservoirs [C].SPE 15261, 1986:1-15.
- [14] 周健,陈勉,金衍,等.裂缝性储层水力裂缝扩展机理试验研究[J].石油学报,2007,28(5):109-113.
ZHOU Jian, CHEN Mian, JIN Yan, et al.Experimental study on propagation mechanism of hydraulic fracture in naturally fractured reservoir[J].Acta Petrolei Sinica, 2007, 28(5): 109-113.
- [15] 周健,陈勉,金衍,等.多裂缝储层水力裂缝扩展机理试验[J].中国石油大学学报:自然科学版,2008,32(4):51-54,59.
ZHOU Jian, CHEN Mian, JIN Yan, et al.Experiment of propagation mechanism of hydraulic fracture in multi-fracture reservoir [J].Journal of China University of Petroleum; Edition of Natural Sciences, 2008, 32(4): 51-54, 59.
- [16] FU Wei, AMES Brandon C, BUNGER Andrew P, et al.Impact of partially cemented and non-persistent natural fractures on hydraulic fracture propagation[J].Rock Mechanics and Rock Engineering, 2016, 49(11): 4 519-4 526.
- [17] 崔明月,刘玉章,修乃领,等.形成复杂压裂缝网体积(ESRV)的影响因素分析[J].石油钻采工艺,2014,36(2):82-87.
CUI Mingyue, LIU Yuzhang, XIU Nailing, et al.Analysis of factors affecting the formation of Effective Stimulated Reservoir Volume (ESRV) [J].Oil Drilling & Production Technology, 2014, 36(2): 82-87.
- [18] 尚校森,丁云宏,卢拥军,等.一种页岩体积压裂复杂裂缝的量化表征[J].石油与天然气地质,2017,38(1):189-196.
SHANG Xiaosen, DING Yunhong, LU Yongjun, et al.Quantitative characterization of complex fractures after volume fracturing in shale[J].Oil & Gas Geology, 2017, 38(1): 189-196.
- [19] 李万润.节理岩体力学特性的尺寸效应研究[D].大连:大连理工大学,2015.
LI Wanrun.A study on size effect of mechanical properties for jointed rockmass [D].Dalian: Dalian University of Technology, 2015.
- [20] 李志超,李连崇,唐春安.水平井定向射孔裂缝起裂与穿层特征数值分析[J].石油与天然气地质,2015,36(3):504-509.
LI Zhichao, LI Lianchong, TANG Chun'an.Numerical analysis on hydraulic fracture initiation and penetration characteristics in directionally perforated horizontal wells [J].Oil & Gas Geology, 2015, 36(3): 504-509.
- [21] CHONG K K, GRIESER B, JARIPATKE O, et al.A completions roadmap to shale-play development: A review of successful approaches toward shale-play stimulation in the last two decades [R].SPE 130369, 2010.
- [22] CIPOLLA C L, WAPRINSKI N R, MAYERHOFER M J, et al.The relationship between fracture complexity, reservoir properties, and fracture-treatment design[R].SPE 15769, 2008.
- [23] 郭天魁,张士诚,葛洪魁.评价页岩压裂形成缝网能力的新方法[J].岩土力学,2013,34(4):947-954.
GUO Tiankui, ZHANG Shicheng, GE Hongkui.A new method for evaluating ability of forming fracture network in shale reservoir [J].Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(4): 947-954.

编辑 单体珍

(上接第102页)

- GUO Jianchun, LI Gen, ZHOU Xinhao.Optimization of fracture spacing in fracture network of shale gas reservoir [J].Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(11): 3 123-3 129.
- [13] ERDOGAN F, SIH G C.On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear [J].Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4): 519-525.
- [14] MORAN B, SHIH C F.Crack tip and associated domain integrals from momentum and energy balance [J].Engineering Fracture Mechanics, 1987, 27(6): 615-642.
- [15] CARTER R D.Derivation of the general equation for estimating the extent of the fractured area, drilling and production practices [A].Dallas: American Petroleum Institute, 1957: 261-270.
- [16] BATCHELOR G K.An introduction to fluid dynamics [M].Cambridge: Cambridge University Press, 1967.
- [17] HAMMOND P S.Settling and slumping in a Newtonian slurry, and implications for proppant placement during hydraulic fracturing of gas wells [J].Chemical Engineering Science, 1995, 50 (20) : 3 247-3 260.
- [18] MOES N, BELYTSCHKO T.Extended finite element method for cohesive crack growth [J].Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(7): 813-833.
- [19] BRICE L.An extended finite element method for hydraulic fracture problems [J].Communications in Numerical Methods in Engineering, 2009, 25(2): 121-133.
- [20] 陈军斌,魏波,谢青,等.基于扩展有限元的页岩水平井多裂缝模拟研究[J].应用数学和力学,2016,37(1):73-83.
CHEN Junbin, WEI Bo, XIE Qing, et al.Simulation of multi-hydrofracture horizontal wells in shale based on the extended finite element method [J].Applied Mathematics and Mechanics, 2016, 37(1): 73-83.
- [21] GEERTSMA J, DE KLERK F.A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures [J].Journal of Petroleum Technology, 1969, 21(12): 1 571-1 581.

编辑 刘北羿