

油藏渗流物理和数据联合驱动的深度学习神经网络模型

薛亮^{1,2},戴城³,韩江峡^{1,2},杨明瑾^{1,2},刘月田^{1,2}

(1. 中国石油大学(北京)油气资源与探测国家重点实验室,北京 102249; 2. 中国石油大学(北京)石油工程学院,北京 102249; 3. 中国石化石油勘探开发研究院,北京 100083)

摘要:深度学习已被广泛应用于油气田开发领域的各个方面,但是纯数据驱动的深度学习模型存在数据需求量大、预测能力不稳定和泛化能力弱等问题,而且模型无法考虑数据背后蕴藏的物理规律。针对油藏压力动态预测问题,建立了油藏渗流物理和数据联合驱动的压力场预测深度学习神经网络模型,将非均质油藏渗流数学模型以正则化的形式加入到损失函数中,使得模型既能够服从数据训练的结果,又遵守渗流物理方程的约束。结果表明:联合驱动的深度学习神经网络模型可以实现压力场数据的高效学习和准确预测。对比纯数据驱动的深度学习神经网络模型,联合驱动的深度学习神经网络模型预测值与参考值的误差可降低93.1%,决定系数提高20.3%。在观测数据具有噪声的情况下,联合驱动的深度学习神经网络模型仍然可以保持较高的稳定性,具有较强的抗噪能力。

关键词:深度学习;渗流物理;非均质性;正则化;损失函数

中图分类号:TE319

文献标识码:A

Deep neural network model driven jointly by reservoir seepage physics and data

XUE Liang^{1,2}, DAI Cheng³, HAN Jiangxia^{1,2}, YANG Mingjin^{1,2}, LIU Yuetian^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Petroleum Resources and Prospecting, China University of Petroleum(Beijing), Beijing City, 102249, China; 2. College of Petroleum Engineering, China University of Petroleum(Beijing), Beijing City, 102249, China; 3. SINOPEC Petroleum Exploration and Production Research Institute, Beijing City, 100083, China)

Abstract: Deep learning has been widely used in various aspects of oil and gas field development. Nevertheless, purely data-driven deep learning models suffer from large amounts of required data, unstable prediction ability, and weak generalization ability, and such models fail to consider the physical laws underlying the data. For dynamic reservoir pressure prediction, a deep neural network model for pressure field prediction driven jointly by reservoir seepage physics and data was constructed, and the mathematical seepage model of heterogeneous reservoirs was added to the loss function through regularization, which enabled the model to conform to both the results of data training and the constraint of the seepage physics equations. The results show that the jointly driven deep neural network model can achieve efficient learning and accurate prediction of pressure field data. Compared with the purely data-driven deep neural network model, the jointly driven model reduces the error (L_2) between predicted and reference values by 93.1% and increases the decision coefficient (R^2) by 20.3%. In the case of noisy observed data, the jointly driven model can still maintain high stability with strong noise resistance.

Key words: deep neural network; seepage physics; heterogeneity; regularization; loss function

随着油气勘探开发难度的日益增大,迫切需要提升油气田的智能化管理水平,人工智能技术是降

收稿日期:2021-10-08。

作者简介:薛亮(1983—),男,河北邢台人,副教授,博士,从事非常规油气渗流理论和人工智能油藏应用研究。E-mail: xueliang@cup.edu.cn。

通信作者:戴城(1987—),男,浙江天台人,高级工程师,博士。E-mail: daicheng.syky@sinopec.com。

基金项目:北京市自然科学基金面上项目“基于深度学习方法的致密气渗流高效随机模拟研究”(3222037), 中国石油科技创新基金项目“致密砂岩油藏低盐度水驱提高采收率机理研究”(2020D-5007-0203), 中国石油大学(北京)科研基金项目“基于大数据和机器学习的裂缝性油藏产能预测研究”(2462018QZDX13)、“具有油藏物理意识的深度学习神经网络研究”(2462021YXZZ010)和“微纳米孔隙油气流动微尺度效应”(2462020YXZZ028)。

本增效的有效途径,已经成为石油工业领域技术革新的必然趋势^[1-3]。在油气田开发领域,深度学习已广泛应用于产量及采收率预测问题^[4-7]、优化问题^[8-10]和流体层系识别问题^[11-13]。然而,现有方法大多是基于数据驱动深度学习模型,模型适应性较弱,不能解决油藏数据稀疏的问题,并且没有考虑油藏的渗流物理规律,限制了其在油藏开发动态预测方面的应用。

为了克服传统神经网络模型存在的问题,RAISSI等在2019年提出了物理信息神经网络(PINN),将由一般非线性偏微分方程描述的物理定律约束项合并到神经网络训练中^[14]。PINN可用于实现数据驱动的解决方案和偏微分方程的逆向建模。在油气田开发领域,PARK在2020年针对美国陆上盆地,提出基于数据和基本物理定律的混合驱动神经网络,来辅助非常规油藏的生产规划和动态决策^[15]。黄朝琴在2020年提出考虑物理过程信息的渗流深度学习新模型,分析表明随着样本数据的减少,加入物理信息的新模型更能保持其准确性和精度^[16]。

储层物性的非均质性对油藏开发动态预测具有重要影响,但目前考虑渗流过程物理信息的深度学习方法多以均质储层假设为前提,为此,以非均质油藏的压力分布预测为研究对象,将非均质油藏渗流物理的约束条件以正则化的形式加入到损失函数中,构建渗流物理和数据联合驱动的神经网络模型,该方法可以大幅提高预测能力和抗噪能力,增强网络模型的物理可解释性和稳定性。

1 油藏压力场预测深度神经网络模型建立

传统方法对于非均质油藏的压力场动态预测大多基于数值模拟技术,而对于神经网络预测储层压力的研究大多基于均质储层假设,或者是使用完全数据驱动的方法。引入渗流物理和数据联合驱动的神经网络模型,以解决油藏模拟中物理和数据统一建模的问题,预测单相非均质油藏压力场的分布。单相非均质不稳定渗流的数学控制方程为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K(x,y) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K(x,y) \frac{\partial p}{\partial y} \right] + q = \mu C_i \frac{1}{3.6} \times \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1)$$

1.1 纯数据驱动的神经网络模型

感知机模型不能解决复杂或者非线性的问题,因此,在该模型中加入隐藏层,扩展激活函数,允许多个输出^[17],建立了多层感知机模型,也称为深度神经网络(DNN, Deep Neural Networks)。DNN内部可划分为3部分:输入层、隐藏层、输出层。通常隐藏层不止一层,并且隐藏层越多,模拟精度越高,相应的模型越复杂,参数越多。DNN将输入数据一层一层地进行线性运算并运用激活函数进行非线性变换,直至传导至输出神经元,该过程可表示为:

$$a^l = \sigma(\omega^l a^{l-1} + b^l) \quad (2)$$

在进行反向传播之前,需要定义损失函数来度量预测值和真实值之间的误差,一般采用最小均方误差MSE,然后再用Mini-Batch随机梯度下降法迭代 ω 和 b 。

为了定量评估学习结果的准确性,引入 L_2 和 R^2 两个评价指标,其中 L_2 用来判断深度神经网络模型预测值与数值模拟参考值的偏差程度, R^2 在统计学中用于度量因变量的变异中可由自变量解释部分所占的比例,以此来判断回归模型的解释程度。总的来说 L_2 越小, R^2 越大,说明模型学习效果就越好,其表达式分别为:

$$L_2 = \frac{\|p_{\text{pre}} - p_{\text{true}}\|_2}{\|p_{\text{true}}\|_2} \quad (3)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (p_{\text{pre}}^i - p_{\text{true}}^i)^2}{\sum_{i=1}^N (p_{\text{true}}^i - p_{\text{mean}})^2} \quad (4)$$

1.2 联合驱动的神经网络模型

由于深度学习框架(Tensorflow, Pytorch, Keras等)可用性增强,尤其是自动微分和高性能计算,数据驱动的深度学习在各个行业都取得了良好的应用效果^[18]。但是深度学习也存在一些问题,首先大量的数据很难保证其精度符合要求,并且大量数据的获取需要消耗庞大的计算资源。如果数据量太少,相比于直接的物理定律建模求得的解析解或者数值解来说,其泛化能力和抗干扰能力则会大大减弱。如果深度学习只是单纯地从数据中学习,而没有包含相应的物理工程约束信息,那么其预测无法反映物理定律,甚至可能违反物理定律^[19]。

为了解决这个问题,可以将已知的物理定律、控制方程、约束条件、专家知识等,以正则化的形式加入损失函数中,这样不仅可以提高深度学习的可

解释性,还可以提高模型的学习泛化能力,使模型具有更好的适应性,降低噪声数据和离异值对模型的影响。

渗流物理和数据联合驱动的深度神经网络模型如图1所示。其损失函数包括:数据匹配、控制方程、边界条件、初始条件。将原来的单一数据拟合损失函数替换为各物理约束和数据总的损失函数。总损失函数为:

$$Loss = MSE_{DATA} + MSE_{PDE} + MSE_{BC} + MSE_{IC} \quad (5)$$

其中:

$$MSE_{DATA} = \frac{1}{N_{Data}} \sum_{i=1}^{N_{Data}} \left| \hat{p}(x^i, y^i, t^i) - p^i \right|^2 \quad (6)$$

$$MSE_{PDE} = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \left| f(x_i^i, y_i^i, t_i^i) \right|^2 \quad (7)$$

$$f = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(x, y) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K(x, y) \frac{\partial p}{\partial y} \right] + q - \mu C_t \frac{1}{3.6} \times \frac{\partial p}{\partial t} \quad (8)$$

$$MSE_{BC} = \frac{1}{N_{BC}} \sum_{i=1}^{N_{BC}} \left| \hat{p}(x_{BC}^i, y_{BC}^i, t_{BC}^i) - p_{BC}^i \right|^2 \quad (9)$$

$$MSE_{IC} = \frac{1}{N_{IC}} \sum_{i=1}^{N_{IC}} \left| \hat{p}(x_{IC}^i, y_{IC}^i, t_{IC}^i) - p_{IC}^i \right|^2 \quad (10)$$

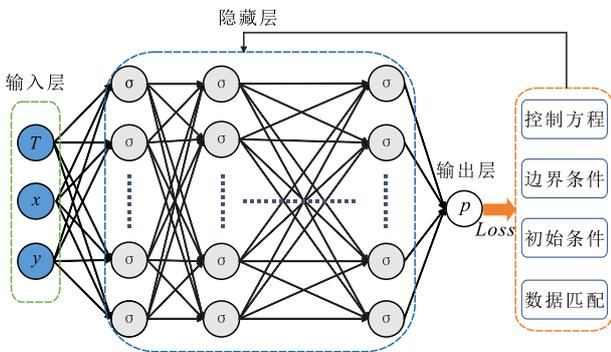


图1 渗流物理和数据联合驱动的深度神经网络模型

Fig.1 Deep neural network model jointly driven by reservoir seepage physics and data

神经网络理想状态是通过梯度下降不断优化损失函数,调整权重和偏置,使得此损失函数趋近于0,而最终学习到数据中的规律。

2 非均质油藏压力场分布预测

2.1 压力预测效果对比

研究区域二维平面 x 方向和 y 方向长度各为 1 000 m, 网格长度为 20 m, 平面顶深为 1 200 m, 四周均为封闭边界。油藏区域为单相不稳定渗流, 原始地层压力为 12 MPa, 在油藏开发过程中保持地层

压力高于饱和压力。储层渗透率场 $K(x, y)$ 的非均质分布如图2所示。孔隙度为 0.23, 油相黏度为 5 mPa·s, 流体服从达西定律, 且是恒等温渗流, 忽略重力影响。在区域中心有一口生产井, 油井为定产量生产, 日产油量为 50 m³/d, 在 2 500 个网格渗透率数据的基础上, 利用油藏数值模拟器产生压力训练数据集。总的模拟时间为 50 个时间步(每个时间步长为 2 个月)。前 30 个时间步作为训练数据集, 后 20 个时间步作为测试数据集。建立深度(网络层数)为 8、宽度(隐藏层每层神经元个数)为 20 的全连接结构的渗流物理和数据联合驱动的深度神经网络模型, 以 ReLU 函数作为激活函数, 将数据集进行归一化, 采用 Adam 优化算法进行反向传播计算。

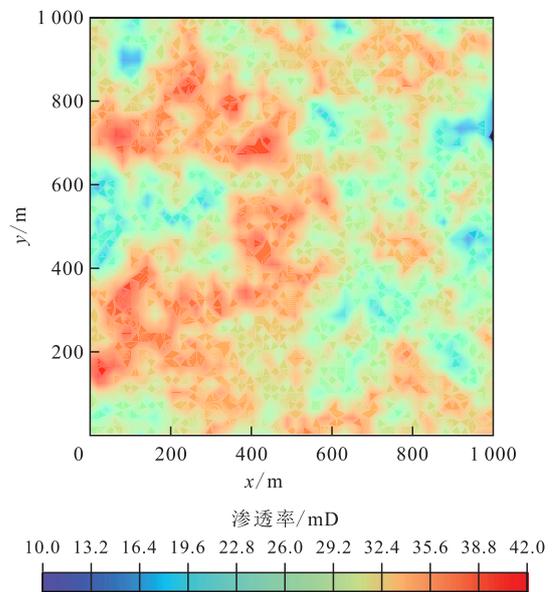


图2 储层渗透率场的非均质分布

Fig.2 Heterogeneous distribution of reservoir permeability field

将联合驱动的深度神经网络模型与纯数据驱动的深度神经网络模型在第 50 个时间步 $T=50$ 得到的压力场分布图(图3)及 y 分别为 300, 600, 900 m 三个截面的压力变化(图4)进行对比。结果表明: 对于纯数据驱动的深度神经网络模型来说, 虽然在三个截面的预测曲线可以较为粗略地反映出真实压力数据的分布趋势, 但是井点的压力预测值较真实值存在很大的误差, 并且在 $y=900$ m 的右侧无流量边界处出现了压力值突变, 不符合基本的渗流规律。而对于联合驱动的深度神经网络模型来说, 其预测值与真实值符合程度具有很高的一致性, 显示其学习预测能力更加优异。与纯数据驱动的深度神经网络模型相比, 联合驱动的深度神经网络模型的收敛速度更快, 可以实现用更少的训练时间找到最优解, 达到更高的精度。由于加入了油藏渗流物

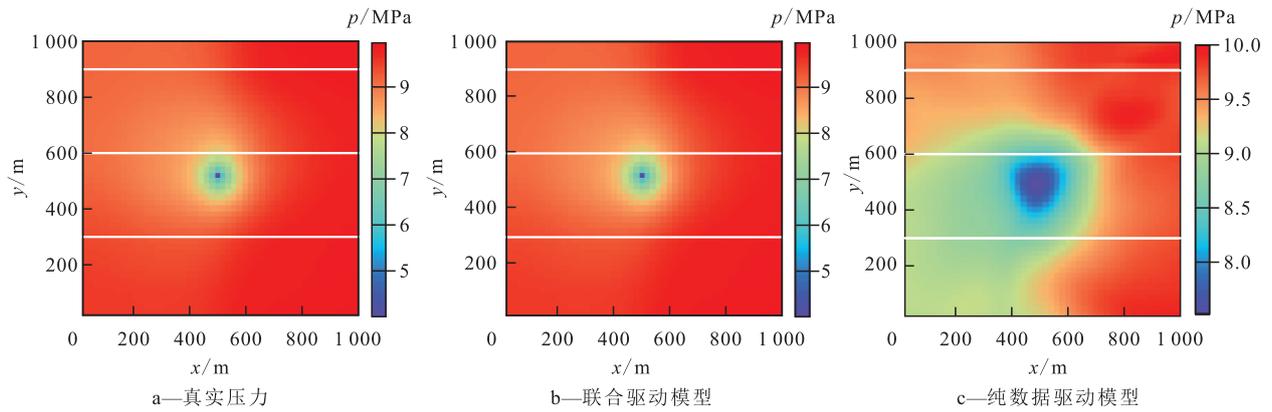


图3 第50个时间步的压力场预测对比

Fig.3 Comparison of pressure field prediction at $T=50$

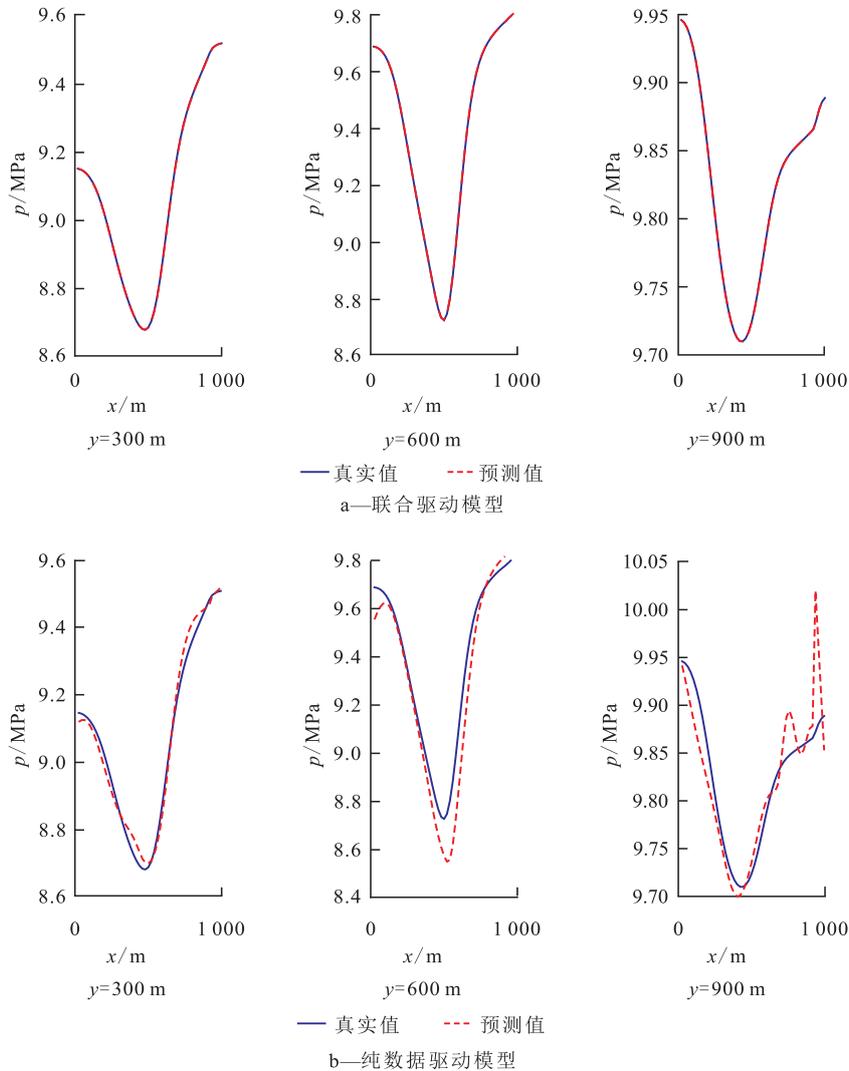


图4 第50个时间步不同截面的压力预测对比

Fig.4 Comparison of pressure prediction for different sections at $T=50$

理控制方程等各种约束条件,使得模型训练的物理可解释性也大大增强,每一组学习数据的参数都有其特定的梯度导向,并不像纯数据驱动的深度神经网络模型,需要大量的时间去寻找损失函数的最优

梯度下降方向。分析结果表明:在损失函数中加入油藏渗流物理控制方程约束条件,在模型训练时可以提高稳定性和收敛速度,使模型具有良好的准确性和高效性。

为了进一步说明联合驱动的神经网络模型与纯数据驱动的神经网络模型之间的对比效果,采用拉丁超立方体采样,随机从预测数据中抽取300个点,并且将与其对应坐标的原始压力值标于同一坐标系中(图5),可以发现联合驱动的神经网络模型的预测结果和真实结果更能满足斜率为1的线性关系,也就是说预测值与真实值更

接近,泛化能力更强。而纯数据驱动的神经网络模型,各点预测分布则比较散乱,预测值相较于真实值存在较大的误差,预测精度低于联合驱动的神经网络模型。

2.2 含有噪声数据的压力预测

为了比较渗流物理和数据联合驱动的神经网络模型与纯数据驱动的神经网络模型的稳定性,在原始压力数据中加入10%的观测噪声,即:

$$p(t,x,y) = p_0(t,x,y) + \Delta p_T(x,y) \times 10\% \times \varepsilon \quad (11)$$

模型经过训练后,第50个时间步对应的三个截面的压力曲线如图6所示。将图4a与图6比较可以看出,联合驱动的神经网络模型在面对噪声数据时仍能保持较好的稳定性,并且能维持较高的精度。相比于纯数据驱动的神经网络模型适用性更强,可以处理实际工程数据获取过程中产生的观测误差问题。

联合驱动的神经网络模型和纯数据驱动的神经网络模型对应的 L_2 和 R^2 如表1所示,相比纯数据驱动的神经网络模型,联合驱动的神经网络模型预测值的 L_2 降低93.1%, R^2 提高20.3%。综合这三种条件下两种模型的表现,联合驱动的神经网络模型与纯数据驱动的神经网络模型相比,在具有相同的训练迭代次数情况下,前者的稳定性要远高于后者,并且能够得到较为理想的预测精度,训练所消耗的计算时间也较短。结果说明,在神经网络模型中加入油藏渗流物理控制方程的约束,不仅能提高模型的训练速度,而且能提高模型的预测稳定性。

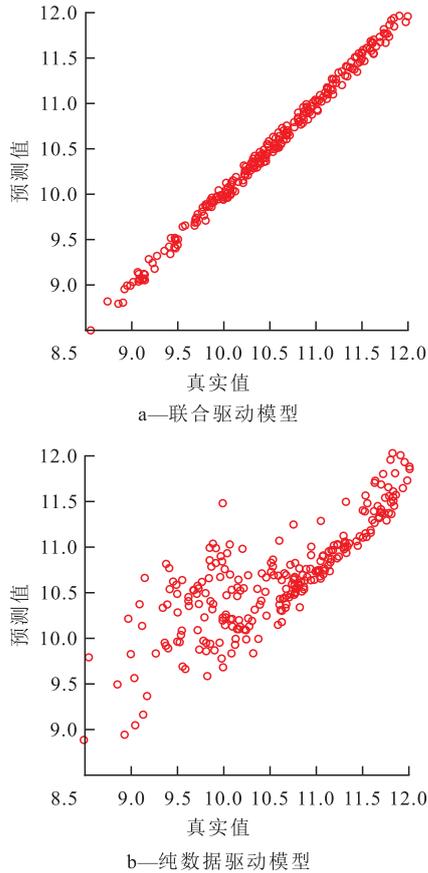


图5 随机模拟计算结果对比
Fig.5 Comparison of stochastic simulation results

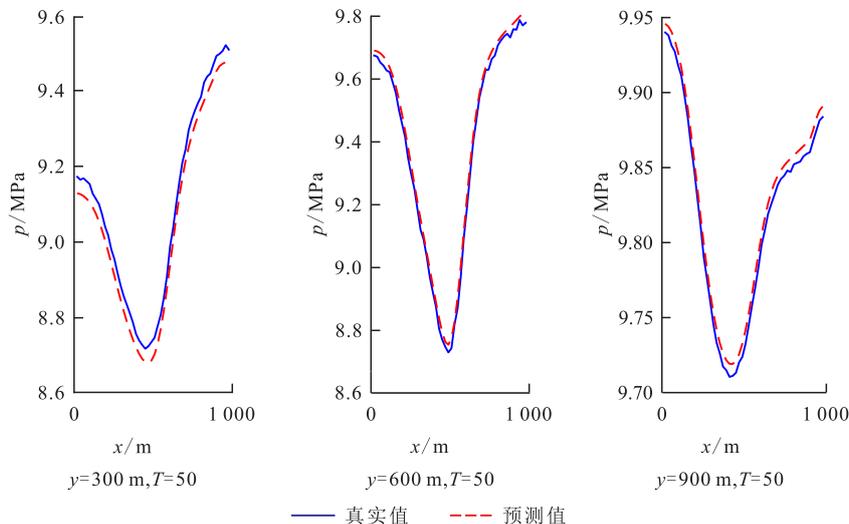


图6 加入噪声的联合驱动模型训练结果
Fig.6 Training results of jointly driven model with noise

表1 不同条件下 L_2 与 R^2 的对比Table1 Comparisons of L_2 and R^2 under different conditions

噪声	深度神经网络模型	$L_2/10^{-2}$	R^2
不含噪声	联合驱动	2.24	0.95
	纯数据驱动	32.36	0.79
含有噪声	联合驱动	2.35	0.92

3 结论

通过加入油藏渗流物理控制方程、边界条件、初始条件等,所建立的深度神经网络模型不但受数据驱动,而且还受到渗流物理定律的约束,使模型具有更好的预测和泛化能力,并能提高模型的物理可解释性。

对纯数据驱动的深度神经网络、渗流物理和数据联合驱动的深度神经网络模型的性能和预测能力进行对比可以发现,非均质油藏渗流物理和数据联合驱动的深度神经网络模型,其稳定性和适应性比纯数据驱动的深度神经网络模型更加优异,模型收敛速度更快。

在训练数据具有一定观测误差的情况下,油藏渗流物理和数据联合驱动的深度神经网络模型表现出更好的抗噪能力,可降低观测噪声带来的负面影响。

符号解释

a^l ——神经网络第 l 层的输出值;
 a^{l-1} ——神经网络第 $l-1$ 层的输出值;
 b^l ——神经网络 $l-1$ 层到 l 层的偏置;
 C_i ——综合压缩系数, MPa^{-1} ;
 f ——控制方程左右两端的差值;
 i ——样本序号, $i=1, 2, \dots, N$;
 K ——地层渗透率, D ;
 l ——神经网络层数;
 $Loss$ ——总损失函数;
 L_2 ——相对误差, 小数;
 MSE ——最小均方误差, 小数;
 MSE_{BC} ——边界条件的最小均方误差, 小数;
 MSE_{DATA} ——真实数据与预测数据之间的最小均方误差, 小数;
 MSE_{IC} ——初始条件的最小均方误差, 小数;
 MSE_{PDE} ——微分控制方程的最小均方误差, 小数;
 N ——总样本数;
 N_{BC} ——边界条件的样本数;
 N_{Data} ——数据匹配的样本数;
 N_f ——控制方程的样本数;

N_{IC} ——初始条件的样本数;
 p ——地层压力, MPa ;
 p^i ——数据匹配项对应点的真实压力, MPa ;
 p_{BC}^i ——边界条件对应点的真实压力, MPa ;
 p_{IC}^i ——初始条件对应点的真实压力, MPa ;
 p_{mean} ——真实压力的平均值, MPa ;
 p_{pre} ——预测压力, MPa ;
 p_{true} ——真实压力, MPa ;
 p_{pre}^i ——第 i 个预测压力, MPa ;
 p_{true}^i ——第 i 个真实压力, MPa ;
 $p(t, x, y)$ ——加入观测噪声后某时某点的压力值, MPa ;
 $p_0(t, x, y)$ ——某时某点的原始压力值, MPa ;
 $\hat{p}(x^i, y^i, t^i)$ ——数据匹配项神经网络预测值, MPa ;
 $\hat{p}(x_{BC}^i, y_{BC}^i, t_{BC}^i)$ ——边界条件的神经网络预测值, MPa ;
 $\hat{p}(x_{IC}^i, y_{IC}^i, t_{IC}^i)$ ——初始条件的神经网络预测值, MPa ;
 $\Delta p_T(x, y)$ ——某一观测时间步观测点的压力变化级差, MPa ;
 q ——单位时间单位体积地层产出或注入的流体体积, $\text{m}^3/(\text{m}^3 \cdot \text{d})$;
 R^2 ——决定系数, 小数;
 t ——生产时间, h ;
 T ——当前时间步;
 x, y ——地层中任意一点的坐标, m ;
 x_f^i, y_f^i, t_f^i ——控制方程数据集的时空坐标;
 x^i, y^i, t^i ——训练数据集的时空坐标;
 $x_{BC}^i, y_{BC}^i, t_{BC}^i$ ——边界条件数据集的时空坐标;
 $x_{IC}^i, y_{IC}^i, t_{IC}^i$ ——初始条件数据集的时空坐标;
 ε —— $(-1, 1)$ 均匀分布的噪声;
 μ ——流体黏度, $\text{mPa} \cdot \text{s}$;
 σ ——激活函数;
 ω^l ——神经网络 $l-1$ 层到 l 层的权重。

参考文献

- [1] 李阳, 廉培庆, 薛兆杰, 等. 大数据及人工智能在油气田开发中的应用现状及展望[J]. 中国石油大学学报: 自然科学版, 2020, 44(4): 1-11.
LI Yang, LIAN Peiqing, XUE Zhaojie, et al. Application status and prospect of big data and artificial intelligence in oil and gas field development [J]. Journal of China University of Petroleum: Edition of Natural Science, 2020, 44(4): 1-11.
- [2] 杨传书, 李昌盛, 孙旭东, 等. 人工智能钻井技术研究方法及其实践[J]. 石油钻探技术, 2021, 49(5): 7-13.
YANG Chuanshu, LI Changsheng, SUN Xudong, et al. Research method and practice of artificial intelligence drilling technology [J]. Petroleum Drilling Techniques, 2021, 49(5): 7-13.
- [3] 杜金虎, 时付更, 杨剑锋, 等. 中国石油上游业务信息化建设总体蓝图[J]. 中国石油勘探, 2020, 25(5): 1-8.
DU Jinhu, SHI Fugeng, YANG Jianfeng, et al. Overall blueprint of

- information construction of PetroChina upstream business[J].China Petroleum Exploration, 2020, 25(5): 1-8.
- [4] WANG S, CHEN S. Insights to fracture stimulation design in unconventional reservoirs based on machine learning modeling [J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2019, 174: 682-695.
- [5] LUO G, TIAN Y, BYCHINA M, et al. Production optimization using machine learning in Bakken shale [C].//Unconventional Resources Technology Conference, Houston, Texas, 23-25 July 2018. Society of Exploration Geophysicists, American Association of Petroleum Geologists, Society of Petroleum Engineers, 2018: 2 174-2 197.
- [6] NOSHI C, EISSA M, ABDALLA R, et al. An intelligent data driven approach for production prediction [C]. Houston: Offshore Technology Conference, 2019.
- [7] 李伟, 唐放, 侯博恒, 等. 基于神经网络的南海东部砂岩油藏采收率预测方法[J]. 油气藏评价与开发, 2021, 11(5): 730-735, 743.
LI Wei, TANG Fang, HOU Boheng, et al. A method for oil recovery prediction of sandstone reservoirs in the eastern South China Sea based on neural network [J]. Reservoir Evaluation and Development, 2021, 11(5): 730-735, 743.
- [8] 李小波, 刘威, 李健. 基于模糊聚类分析方法的高含水期油藏层系优化[J]. 当代化工, 2019, 48(11): 2 630-2 633, 2 638.
LI Xiaobo, LIU Wei, LI Jian. Optimization of reservoir system in high water cut period based on fuzzy clustering analysis [J]. Contemporary Chemical Industry, 2019, 48(11): 2 630-2 633, 2 638.
- [9] 吴君达, 李治平, 孙妍, 等. 基于神经网络的剩余油分布预测及注采参数优化[J]. 油气地质与采收率, 2020, 27(4): 85-93.
WU Junda, LI Zhiping, SUN Yan, et al. Neural network-based prediction of remaining oil distribution and optimization of injection-production parameters [J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2020, 27(4): 85-93.
- [10] 刘巍, 刘威, 谷建伟, 等. 利用卡尔曼滤波和人工神经网络相结合的油藏井间连通性研究[J]. 油气地质与采收率, 2020, 27(2): 118-124.
LIU Wei, LIU Wei, GU Jianwei, et al. Research on interwell connectivity of oil reservoirs based on Kalman filter and artificial neural network [J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2020, 27(2): 118-124.
- [11] 陈雁, 焦世祥, 程超, 等. 基于自编码器的半监督隔夹层识别方法[J]. 特种油气藏, 2021, 28(1): 86-91.
CHEN Yan, JIAO Shixiang, CHENG Chao, et al. Semi-supervised interlayer identification method based on self-encoder [J]. Special Oil & Gas Reservoirs, 2021, 28(1): 86-91.
- [12] 余晓露, 叶恺, 杜崇娇, 等. 基于卷积神经网络的碳酸盐岩生物化石显微图像识别[J]. 石油实验地质, 2021, 43(5): 880-885, 895.
YU Xiaolu, YE Kai, DU Chongjiao, et al. Microscopic recognition of micro fossils in carbonate rocks based on convolutional neural network [J]. Petroleum Geology and Experiment, 2021, 43(5): 880-885, 895.
- [13] 李兆亮, 柳金城, 王琳, 等. 基于神经网络的复杂储层流体分级识别[J]. 断块油气田, 2020, 27(4): 498-500.
LI Zhaoliang, LIU Jincheng, WANG Lin, et al. Fluid hierarchical identification of complex reservoir based on neural network method [J]. Fault-Block Oil and Gas Field, 2020, 27(4): 498-500.
- [14] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations [J]. Journal of Computational Physics, 2019, 378: 686-707.
- [15] PARK J, DATTA-GUPTA A, SINGH A, et al. Hybrid physics and data-driven modeling for unconventional field development and its application to US onshore basin [J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2021, 206: 109008.
- [16] 黄朝琴, 年凯, 王斌, 等. 一种考虑物理过程信息的油气渗流深度学习新模型[J]. 中国石油大学学报: 自然科学版, 2020, 44(4): 47-56.
HUANG Zhaoqin, NIAN Kai, WANG Bin, et al. A novel deep learning model with physical process information for prediction of flow behaviors in oil and gas reservoirs [J]. Journal of China University of Petroleum: Edition of Natural Science, 2020, 44(4): 47-56.
- [17] BRUNTON S L, NOACK B R, KOUMOUTSAKOS P. Machine learning for fluid mechanics [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2020, 52: 477-508.
- [18] HAGHIGHAT E, JUANES R. Sciann: A keras/tensorflow wrapper for scientific computations and physics-informed deep learning using artificial neural networks [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, 373: 113552.
- [19] RAISSI M, YAZDANI A, KARNIADAKIS G E. Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations [J]. Science, 2020, 367(6481): 1 026-1 030.