# 基于低速非线性渗流新模型的垂直压裂井产能计算

姜瑞忠1,李林凯1,彭元怀2,徐建春1,董亚南3

(1.中国石油大学(华东)石油工程学院,山东 青岛 266555; 2.中国石化石油勘探开发有限公司, 北京 100031; 3.中国石油大港油田分公司第六采油厂,天津 300280)

摘要:低渗透储层往往通过水力压裂提高单井产能,垂直压裂井产能的评价对低渗透油田开发尤为重要。基于低速非线性渗流新模型,建立了低渗透无限导流能力和有限导流能力垂直压裂井产能公式,并与基于达西模型和拟启动压力梯度模型的垂直压裂井产能模型进行了对比分析。结果表明:3个模型所预测的产能仅在驱替压差非常小时有区别,其中达西模型预测的产能最高,低速非线性渗流新模型次之,拟启动压力梯度模型最小;随着驱替压力的增大,3个模型预测的产能几乎一样。为了便于工程应用,用等效直井产能表示有限导流能力裂缝的产能,结果表明,等效直井井径随无因次裂缝导流能力的增大,随无因次泄油半径的增大而减小。

关键词:低速非线性渗流 垂直压裂井 产能 有限导流能力 保角变换

中图分类号:TE319

文献标识码: A

文章编号:1009-9603(2013)01-0092-04

低渗透岩心驱替实验和开发实践表明:在低渗 诱储层中,油气渗流不符合达西定律,即存在启动 压力梯度和低速非线性渗流[1-5]。为表征低渗透储 层的渗流特征,前人提出了许多数学模型,主要有 拟启动压力梯度模型[6]、连续模型[7-10]和分段模 型[6]。这些数学模型都是基于实验数据拟合的,很 难清楚地描述低渗透油藏的渗流特征。笔者基于 毛细管模型,结合边界层理论[11-12],推导了考虑启动 压力梯度和非线性渗流的低速非线性渗流的新模 型[13-14],该模型形式简单,拟合精度高,从根本上解 释了启动压力梯度和非线性渗流产生的原因。低 渗透油藏垂直压裂井产能公式的建立大部分是基 于等效椭圆渗流理论[15-17],很少考虑裂缝的导流能 力。为此,笔者基于低速非线性渗流新模型,利用 保角变换[18]推导了低渗透油藏垂直压裂井的产能 公式,以期为低渗透油藏垂直压裂井的产能评价提 供依据。

## 1 低速非线性渗流新模型

根据毛细管模型和边界层理论建立的低速非

线性渗流新模型[13-14]为

$$v = \frac{K}{\mu} \left( 1 - \frac{c_1}{\nabla p - c_2} \right) \nabla p \tag{1}$$

式中:v 为渗流速度,cm/s;K 为渗透率, $\mu$ m²; $\mu$  为地层流体粘度, $\mu$ mPa·s; $\mu$ 0, $\mu$ 10<sup>-1</sup> MPa/cm; $\nu$ 0 为压力梯度和非线性渗流的特征参数, $\mu$ 10<sup>-1</sup> MPa/cm; $\nu$ 0 为压力梯度, $\mu$ 10<sup>-1</sup> MPa/cm。

 $c_1$ 和 $c_2$ 可通过实验拟合获得, $c_1$ 反映了流体的屈服应力和边界层对渗流的共同影响, $c_2$ 反映了边界层对渗流的影响;当 $c_1$ =0时,该模型为达西模型;当 $c_2$ =0时,该模型为拟启动压力梯度模型。最小启动压力梯度为 $c_1$ 和 $c_2$ 之和,当驱替压力梯度小于最小启动压力梯度时,渗流速度为0。

## 2 垂直压裂井产能

垂直压裂井生产时,在地层中产生平面二维椭圆渗流,形成以裂缝端点为焦点的等压椭圆和双曲线流线簇。利用保角变换将 z 平面的椭圆区域映射为  $\omega$  平面宽为  $\pi$  的矩形区域,将 z 平面(-L,0)到

(L,0)的裂缝映射为 $\omega$ 平面(0,0)到 $(0,\pi)$ 的裂缝 (图1)。取裂缝半长为研究对象,即 $\omega$ 平面的阴影 部分,推导考虑裂缝无限导流能力和有限导流能力 的产能公式。

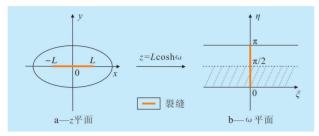


图1 垂直压裂井保角变换示意 x 和y分别为z平面与裂缝平行与垂直的坐标, $cm;\xi$ 和 $\eta$ 分别为 $\omega$ 平面与裂缝平行与垂直的坐标,cm;L为z平面裂缝半长,cm

#### 2.1 无限导流能力垂直压裂井产能

在ω平面内,基质的渗流速度为

$$v_{\rm m} = \frac{K_{\rm m}}{\mu} \left( 1 - \frac{c_1}{\frac{\mathrm{d}p_{\rm m}}{\mathrm{d}\xi} - c_2} \right) \frac{\mathrm{d}p_{\rm m}}{\mathrm{d}\xi} \tag{2}$$

式中:  $v_m$  为基质渗流速度, cm/s;  $K_m$  为基质渗透率,  $\mu m^2$ ;  $p_m$  为基质压力,  $10^{-1}$  MPa。

垂直压裂井的产能计算式为

$$Q = \frac{2\pi K_{\rm m}h}{\mu} \left(1 - \frac{c_1}{\frac{\mathrm{d}p_{\rm m}}{\mathrm{d}\xi} - c_2}\right) \frac{\mathrm{d}p_{\rm m}}{\mathrm{d}\xi}$$
(3)

式中: Q 为垂直压裂井产能, cm³/s; h 为地层厚度, cm。

令 
$$N = \frac{Q\mu}{2\pi K_{\rm m}h}$$
,整理式(3)得
$$\left(\frac{\mathrm{d}p_{\rm m}}{\mathrm{d}\xi}\right)^2 - \left(c_1 + c_2 + N\right)\frac{\mathrm{d}p_{\rm m}}{\mathrm{d}\xi} + Nc_2 = 0 \tag{4}$$

求解式(4)得

$$\frac{\mathrm{d}p_{m}}{\mathrm{d}\xi} = \frac{c_{1} + c_{2} + N + \sqrt{\left(c_{1} + c_{2} + N\right)^{2} - 4Nc_{2}}}{2}$$
 (5)

对式(5)积分,得垂直压裂井的产能公式为

$$p_{e} - p_{w} = \frac{c_{1} + c_{2} + N + \sqrt{(c_{1} + c_{2} + N)^{2} - 4Nc_{2}}}{2} \ln \frac{2r_{e}}{L}$$
(6)

式中:  $p_e$  为泄油边界处地层压力, $10^{-1}$  MPa;  $p_w$  为井底压力, $10^{-1}$  MPa;  $r_e$  为泄油半径, cm 。

#### 2.2 有限导流能力垂直压裂井产能

在ω平面内,沿裂缝面基质的渗流速度为

$$v_{\rm m}(\eta) = \frac{K_{\rm m}}{\mu} \left( 1 - \frac{c_1}{M - c_2} \right) M \tag{7}$$

其中

$$M = \frac{p_{\rm e} - p_{\rm f}(\eta)}{\ln \frac{2r_{\rm e}}{L}}$$
 (8)

式中:  $p_f$  为裂缝压力,  $10^{-1}$  MPa。 对式(7)积分, 得产能沿裂缝的分布为

$$Q(\eta) = 2h \int_0^{\eta} v_{\rm m}(\eta) d\eta = \frac{2K_{\rm m}h}{\mu} \int_0^{\eta} \left(1 - \frac{c_1}{M - c_2}\right) M d\eta$$
(9)

裂缝内流体的渗流速度为

$$v_{f}(\eta) = \frac{Q(\eta)}{wh} = \frac{2K_{m}}{\mu w} \int_{0}^{\eta} \left(1 - \frac{c_{1}}{M - c_{2}}\right) M d\eta$$
(10)

式中: $v_{\rm f}$  为裂缝内流体的渗流速度, cm/s;w 为裂缝宽度, cm。

在裂缝中,
$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{f}}(\eta)}{\mathrm{d}\eta} = -\frac{\mu}{K_{\mathrm{f}}}v_{\mathrm{f}}(\eta)$$
,代人式(10)得
$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{f}}(\eta)}{\mathrm{d}\eta} = -\frac{2K_{\mathrm{m}}}{K_{\mathrm{f}}w}\int_{0}^{\eta} \left(1 - \frac{c_{1}}{M - c_{2}}\right) M \mathrm{d}\eta \qquad (11)$$

式中:  $K_{\rm f}$  为裂缝渗透率,  $\mu {\rm m}^2$ 。

对式(11)求导得

$$\frac{\mathrm{d}^{2} p_{f}(\eta)}{\mathrm{d} \eta^{2}} = -\frac{2K_{m}}{K_{f} w} \left(1 - \frac{c_{1}}{M - c_{2}}\right) M \tag{12}$$

式(12)无用炉业得

$$\frac{\mathrm{d}^{2} p_{fD}}{\mathrm{d} \eta_{D}^{2}} = \frac{2}{K_{fD}} \left( 1 - \frac{c_{1D}}{\frac{p_{fD}}{r_{eD}} - c_{2D}} \right) \frac{p_{fD}}{r_{eD}}$$
(13)

其中

$$K_{\rm fD} = \frac{K_{\rm f} w}{K_{\rm m} L} \tag{14}$$

$$c_{1D} = \frac{2\pi K_{\rm f} h c_1 L}{Q\mu} \tag{15}$$

$$c_{\rm 2D} = \frac{2\pi K_{\rm f} h c_2 L}{Q\mu} \tag{16}$$

$$r_{\rm eD} = \frac{\ln \frac{2r_{\rm e}}{L}}{L} \tag{17}$$

$$p_{\rm fD} = \frac{2\pi K_{\rm f} h(p_{\rm e} - p_{\rm f})}{Q\mu}$$
 (18)

$$\eta_{\rm D} = \frac{\eta}{I} \tag{19}$$

式中:  $K_{\rm m}$  为无因次裂缝导流能力;  $p_{\rm m}$  为无因

次裂缝压力;  $c_{1D}$  和  $c_{2D}$  分别为反映启动压力梯度和非线性渗流的无因次特征参数;  $r_{eD}$  为无因次泄油半径;  $\eta_{D}$  为无因次长度。

边界条件为

$$p_{\rm fD}\Big|_{\eta_{\rm D} = \frac{\pi}{2L}} = \frac{2\pi K_{\rm f} h(p_{\rm e} - p_{\rm w})}{Q\mu}$$
 (20)

$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{fD}}}{\mathrm{d}\eta_{\mathrm{D}}}\bigg|_{\eta_{\mathrm{D}}=0} = 0 \tag{21}$$

数值求解式(13),并由  $Q = -\frac{2K_{\rm f}hw}{\mu} \times \frac{\mathrm{d}p_{\rm f}}{\mathrm{d}\eta} \bigg|_{\eta=1}$ 

可以求得垂直压裂井的产能。

## 3 实例应用

某油田基质渗透率为0.5×10<sup>-3</sup> µm<sup>2</sup>,裂缝渗透率为2 µm<sup>2</sup>,地层厚度为5 m,地层流体粘度为5 mPa·s,裂缝半长为50 m,裂缝宽度为2 cm,泄油半径为200 m。由不同模型的无限导流能力裂缝产能对比(图2)可知,3个模型所预测的产能仅在驱替压差非常小时有区别(图2a),达西模型预测的产能最高,低速非线性渗流新模型次之,拟启动压力梯度模型最小;随着驱替压差的增大,3个模型预测的产能几乎一样(图2b)。这是因为压裂后渗流形式发生了改变,提高了地层压力梯度,使渗流处于低

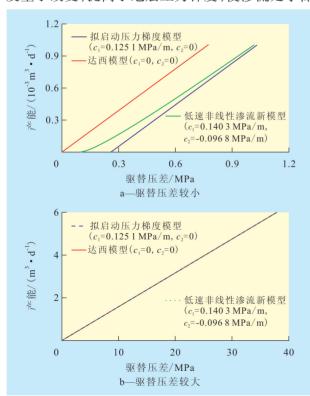


图 2 不同模型无限导流能力裂缝产能对比

渗透渗流的线性段。

为便于工程应用,将有限导流能力裂缝的产能 用等效井径直井产能公式表示,即

$$Q = \frac{2\pi K_{\rm m}h}{\mu} \times \frac{p_{\rm e} - p_{\rm w}}{\ln \frac{r_{\rm e}}{r_{\rm we}}}$$
(22)

式中: r... 为裂缝等效直井井径, cm。

分析式(13)和式(22)的推导过程可知,  $r_{we}$  由  $K_{nD}$ ,  $r_{eD}$ ,  $c_{1D}$  和  $c_{2D}$  决定。

由图3可知,随着无因次裂缝导流能力的增大及无因次泄油半径的减小,无因次裂缝等效直井井径( $r_{weD} = r_{we}/L$ )迅速增大,很快接近无限导流能力。由于低渗透储层渗透率低,向裂缝的供液能力有限,裂缝中的压降几乎可以忽略。所以,一般情况下,低渗透储层中的压裂裂缝几乎可以认为是无限导流。

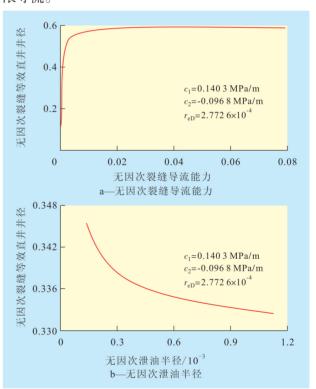


图3 无因次裂缝导流能力及无因次泄油半径与 无因次裂缝等效直井井径的关系

# 4 结论

基于低速非线性渗流新模型建立了低渗透无限导流能力和有限导流能力垂直压裂井产能公式。结果表明:基于达西模型,拟启动压力梯度模型和非线性渗流新模型的垂直压裂井产能仅在驱替压差非常小时有区别,随着驱替压差的增大,3个模型

预测的产能几乎一样。因此,在驱替压差较小时, 需考虑低渗透储层的非线性渗流和启动压力梯度。

垂直压裂井的无因次等效直井井径由无因次 裂缝导流能力、无因次泄油半径、启动压力梯度和 非线性渗流特征决定,随着无因次裂缝导流能力的 增大而增大,随着无因次泄油半径的增大而减小。 一般情况下,低渗透储层中的压裂裂缝可以认为是 无限导流。

#### 参考文献:

- [1] 杨仁锋,姜瑞忠,孙君书,等.低渗透油藏非线性微观渗流机理 [J].油气地质与采收率,2011,18(2):90-93.
- [2] 王恩志,韩小妹,黄远智.低渗岩石非线性渗流机理讨论[J].岩 土力学,2003,24(增2):120-124,132.
- [3] 李东霞,苏玉亮,李成平.低渗透储层驱替特征[J].油气地质与 采收率,2006,13(4):65-67.
- [4] 王斐, 岳湘安, 王雯靓, 等. 润湿性对模拟原油微尺度流动和渗流的影响[J]. 石油学报, 2010, 31(2): 302-305.
- [5] 刘德新,岳湘安,燕松,等.吸附水层对低渗透油藏渗流的影响 机理[J].油气地质与采收率,2005,12(6):40-42.
- [6] 黄延章.低渗透油层非线性渗流特征[J].特种油气藏,1997,4 (1).9-14.
- [7] 邓英尔,刘慈群.低渗油藏非线性渗流规律数学模型及其应用 [J].石油学报,2001,22(4):72-77.

- [8] 邓英尔,刘慈群.垂直裂缝井开发低渗油藏非线性渗流压力分析[J].石油勘探与开发,2003,30(1):81-83.
- [9] 邓英尔,刘慈群,王允诚.垂直裂缝井两相非达西椭圆渗流特征 线解、差分解及开发指标计算方法[J].石油勘探与开发,2000,27(1):60-63.
- [10] 时宇,杨正明,黄延章.低渗透油藏非线性两相渗流研究[J].力 学与实践,2008,30(5):16-17.
- [11] 黄延章.低渗透油层渗流机理[M].北京:石油工业出版社, 1998
- [12] 徐绍良,岳湘安,侯吉瑞,等.边界层流体对低渗透油藏渗流特性的影响[J].西安石油大学学报:自然科学版,2007,22(2): 26-28
- [13] 姜瑞忠,杨仁锋.低渗透油藏非线性渗流理论与数值模拟技术 [M].北京;石油工业出版社,2010.
- [14] 杨仁锋,姜瑞忠,刘世华,等.特低渗透油藏非线性渗流数值模 拟[J].石油学报,2011,32(2):299-306.
- [15] 王学武,杨正明,刘学伟,等.特低渗透油藏压裂井产能分析 [J].石油天然气学报(江汉石油学院学报),2009,31(1): 258-260.
- [16] 李生,李霞,曾志林,等.低渗透油藏垂直裂缝井产能评价[J]. 大庆石油地质与开发,2005,24(1):54-55.
- [17] 何应付,徐联玉,吕万一,等.低渗透气藏压裂井产能分析[J]. 特种油气藏,2006,13(5):59-61.
- [18] 张伟东,杨铁军,蒋廷学,等,保角变换法用于计算压裂井产能 [J].油气地质与采收率,2003,10(增刊):81-82.

编辑 武云云

### (上接第91页)

井眼轨迹模型中,下凹型井段位于跟端时,见水时间最早,含水率上升速度最快;下凹型井段远离跟端可减缓底水脊进速度,推迟见水时间,并降低含水率上升速度,在开发中应避免在跟端形成下凹型井段。非均质性会加快水脊发展速度,跟端位于低渗透区时能在一定程度上削弱非均质性的不利影响,降低含水率上升速度,开发中应将跟端布置在低渗透区。

#### 参考文献:

- [1] 万仁溥.中国不同类型油藏水平井开采技术[M].北京:石油工业出版社,1995.
- [2] 毕永斌,张梅,马桂芝.复杂断块油藏水平井见水特征及影响因素研究[J].断块油气田,2011,18(1):79-82.
- [3] 郭大立.底水油藏中水平井的水锥问题[J].西南石油学院学报,1995,17(4):119-123.
- [4] 程林松,郎兆新,张丽华.底水驱油藏水平井锥进的油藏工程研究[J].石油大学学报:自然科学版,1994,18(4):43-47.
- [5] 刘振宇,程博,刘洋.水平井开发研究——底水油藏的水脊变 化及见水时间预测[J].大庆石油学院学报,2002,26(4): 32-35.

- [6] 姜振强,王晓东,刘丛丛.井筒压降对水平井流入动态的影响 [J].油气地质与采收率,2009,16(2):81-84.
- [7] 郑俊德,高朝阳,石成方,等.水平井水淹机理数值模拟研究 [J].石油学报,2006,27(5):99-107.
- [8] 周代余,江同文,冯积累,等.底水油藏水平井水淹动态和水淹模式研究[J].石油学报,2004,25(6):73-77.
- [9] 曲德斌,葛家理,王德民,等.水平井开发基础理论一物理模型研究[J].石油学报,1994,15(4):49-57.
- [10] 曲占庆,张琪,吴志民,等.水平井压裂产能电模拟实验研究 [J].油气地质与采收率,2006,13(3):53-55.
- [11] 刘建国,王勤田,杨志军,等.底水油藏水平井开采物理模拟试验研究[J].石油天然气学报(江汉石油学院学报),2010,32 (1):145-147.
- [12] 王家禄,刘玉章,江如意,等,水平井开采底水油藏水脊脊进规律的模拟[J].石油勘探与开发,2007,34(5):590-593.
- [13] Permadi P, Lee R L.Behavior of water cresting under horizontal wells [C].SPE 15385,1995;431-438.
- [14] Jiang Q, Butler R M.Experimental study and numerical modeling of the bottom water coning flow to a horizontal well[R].Cim Petrol Soc Et Al Saskatchewan Petrol Conf, 1995:16.
- [15] 江如意,王家禄,蒋志祥.高温高压三维水平井物理模拟系统 [J].石油勘探与开发,1999,26(6):99-101.

编辑 武云云