

# 低渗透油藏数值模拟中内边界条件的处理

李荣强, 李 阳, 王建忠

(中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东 青岛 266580)

**摘要:**低渗透油藏已经成为油田开发的重要对象,研究考虑非达西效应的数值模拟方法将有助于提高该类油藏数值模拟的准确性和可信度。低渗透油藏的数值模拟对内边界条件的处理应当考虑非达西渗流。由于井底附近压力梯度较大,流态可以认为是拟线性流动,根据拟稳态渗流理论,考虑流体在低渗透油藏流动过程中受到启动压力梯度的影响,基于三维油水两相油藏数值模拟数学方程,推导了定井底流压、定产油量和定产液量等条件下的内边界条件,并通过全隐式差分格式建立了低渗透油藏数值模拟数值模型,采用预处理共轭梯度法进行了求解。结果表明内边界条件中考虑启动压力梯度与否对井底流压影响较大,在定产量条件下,井底流压随启动压力梯度的增大而降低。

**关键词:**低渗透油藏 边界条件 启动压力梯度 数值模拟 非达西

**中图分类号:** TE348

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-9603(2013)03-0072-04

低渗透油藏已经成为油田开发的重要对象。如果考虑启动压力梯度的存在,以达西定律为基础的常规油藏数值模拟方法将不再适用于低渗透油藏。很多学者对适用于低渗透油藏的数值模拟方法进行了深入地研究<sup>[1-14]</sup>,但对于实际低渗透油藏的数值模拟来说考虑因素仍不全面,大多只是在网格与网格之间的流动方程中考虑了启动压力梯度的存在,但在内边界条件,即井与网格之间的流动方程中却未给予考虑。因此,笔者对在内边界条件中考虑了启动压力梯度的油藏数值模拟模型进行了研究,以使其更符合实际油藏情况。

## 1 数学方程

考虑启动压力梯度的存在,低渗透油藏油、水两相渗流的运动方程为

$$v_l = \frac{K_{rl} K_e}{\mu_l} \nabla \Phi_l \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_l|} \right) \quad (1)$$

式中:  $v_l$  为  $l$  相渗流速度, m/s;  $l$  代表  $o$  或  $w$ , 即油相或水相;  $K_{rl}$  为  $l$  相相对渗透率;  $K_e$  为地层的有效渗透率,  $\mu\text{m}^2$ ;  $\mu_l$  为  $l$  相粘度,  $\text{mPa}\cdot\text{s}$ ;  $\Phi_l$  为地层中  $l$  相的势,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $G$  为启动压力梯度,  $\text{MPa}/\text{m}$ 。

根据式(1),结合质量守恒方程、饱和度方程及毛管压力方程,低渗透油藏中油、水两相渗流数值模拟数学方程为

$$\nabla \cdot \left[ \frac{1}{B_l} \times \frac{K_{rl} K_e}{\mu_l} \nabla \Phi_l \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_l|} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_l}{B_l} \right) \quad (2)$$

辅助方程为

$$\begin{cases} S_w + S_o = 1 \\ p_w = p_o - p_{cow} \end{cases} \quad (3)$$

初始条件为

$$\begin{cases} S_w(x, y, z) = f_{S_w}(x, y, z) \\ p_o(x, y, z) = f_p(x, y, z) \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $B_l$  为  $l$  相体积系数;  $t$  为时间, s;  $\phi$  为地层孔隙度;  $S_l$  为含油或含水饱和度;  $p_w$  为水相压力, MPa;  $p_o$  为油相压力, MPa;  $p_{cow}$  为油水两相间的毛管压力, MPa;  $x, y, z$  为坐标轴 3 个方向的坐标, m;  $f_{S_w}(x, y, z)$  为初始含水饱和度分布函数;  $f_p(x, y, z)$  为初始油相压力分布函数。

式(2)的求解还需要边界条件,对于封闭的外边界,压力梯度为 0。关于内边界条件比较复杂,可分为定井底流压条件和定产量条件。

收稿日期: 2013-03-20。

作者简介: 李荣强, 男, 高级工程师, 在读博士研究生, 从事油气渗流理论及应用、油气田开发技术方面的研究。联系电话: (0546) 8551511, E-mail: lirongqiang.slyt@sinopec.com。

基金项目: 国家科技重大专项“鄂尔多斯盆地大型岩性地层油气藏勘探开发示范工程”(2008ZX050443-16)。

## 2 考虑启动压力梯度的内边界条件

对于式(2)中所考虑的启动压力梯度,只是描述网格与网格之间的流动,对于流体在井与网格之间的流动也需要考虑启动压力梯度的存在。因此,须对传统的内边界条件进行相应地处理。

根据径向流产量计算公式,考虑启动压力梯度的存在,可得

$$Q = \frac{2\pi r h K_e}{\mu} (\nabla p - G) \quad (5)$$

式中:  $Q$  为产量,  $\text{cm}^3/\text{s}$ ;  $r$  为地层半径,  $\text{m}$ ;  $h$  为地层厚度,  $\text{m}$ ;  $\mu$  为流体粘度,  $\text{mPa}\cdot\text{s}$ ;  $p$  为驱动压力,  $\text{MPa}$ 。

对式(5)分离变量积分可得

$$p_e - p_{wf} = \frac{Q\mu}{2\pi K_e h} \ln \frac{r_e}{r_w} + (r_e - r_w)G \quad (6)$$

式中:  $p_e$  为外边界压力,  $\text{MPa}$ ;  $p_{wf}$  为井底流压,  $\text{MPa}$ ;  $r_e$  为外边界半径,  $\text{m}$ ;  $r_w$  为井筒半径,  $\text{m}$ 。

由式(6)可知,若能够确定其中的外边界压力和外边界半径,则在定产量时,就可以求解井底流压。同理,在定井底流压生产时,也可以求解油井产量。根据 Peaceman 等效半径的计算方法,式(6)中的外边界半径可以用等效半径代替,即

$$r_e = \frac{0.28 \left[ \left( \frac{K_y}{K_x} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta x^2 + \left( \frac{K_x}{K_y} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta y^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left( \frac{K_y}{K_x} \right)^{\frac{1}{4}} + \left( \frac{K_x}{K_y} \right)^{\frac{1}{4}}} \quad (7)$$

式中:  $K_y$  和  $K_x$  分别为  $y$  和  $x$  方向的渗透率,  $\mu\text{m}^2$ ;  $\Delta x$  和  $\Delta y$  分别为网格的长度和宽度,  $\text{m}$ 。

网格压力和井底流压的关系可表示为

$$p_{ijk} - p_{wf} = \frac{Q\mu}{2\pi (K_x K_y)^{\frac{1}{2}} h} \ln \frac{r_e}{r_w} + (r_e - r_w)G \quad (8)$$

式中:  $p_{ijk}$  为第  $(i, j, k)$  个网格的压力,  $\text{MPa}$ ;  $i, j, k$  分别为网格的行、列、层序号。

考虑到表皮系数的影响,则产量可表示为

$$Q = \frac{PI}{\mu} \left[ (p_{ijk} - p_{wf}) - (r_e - r_w)G \right] \quad (9)$$

其中

$$PI = \frac{2\pi (K_x K_y)^{\frac{1}{2}} h}{\ln \frac{r_e}{r_w} + S} \quad (10)$$

式中:  $PI$  为注入指数,  $\text{cm}^3/(\text{s}\cdot\text{MPa})$ ;  $S$  为表皮系数。

将式(9)扩展为多相流情况,则有

$$Q_1 = PI \lambda_1 \left[ (p_{ijk} - p_{wf}) - (r_e - r_w)G \right] \quad (11)$$

式中:  $Q_1$  为产液量,  $\text{cm}^3/\text{s}$ ;  $\lambda_1$  为1相的流度,  $\mu\text{m}^2/(\text{Pa}\cdot\text{s})$ 。

式(11)即是考虑启动压力梯度的油、水两相渗流数学模型的内边界条件。

## 3 内边界条件的处理

在求解过程中,对式(2)左端项进行差分,为了简化方程,引入线性差分算子可得

$$\Delta T_1^{n+1} \Delta \Phi_1^{n+1} \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_1^{n+1}|} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_1}{B_1} \right) \quad (12)$$

其中

$$T_1^{n+1} = F \frac{1}{B_1} \times \frac{K_{rl}}{\mu_1} \quad (13)$$

式中:  $T_1$  为传导系数;  $n$  为外层循环迭代次数;  $F$  为只与网格尺寸和绝对渗透率有关而与时间无关的几何因子。

采用隐式迭代格式将式(12)展开,并对右端项进行差分得油相差分方程为

$$\begin{aligned} & \Delta T_o^m \Delta \Phi_o^m \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_o^m|} \right) + \Delta T_o^m \Delta \delta p + \\ & \left( \Delta \frac{\partial T_o}{\partial p} \delta p + \Delta \frac{\partial T_o}{\partial S_w} \delta S_w \right) \Delta \Phi_o^m \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_o^m|} \right) = \\ & \frac{1}{\Delta t} \left[ \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)^m - \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right)^n \right] + \\ & \left[ S_o^m \frac{1}{B_o^m} \phi^0 C_R + S_o^m \phi^m \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{B_o} \right) \right] \times \\ & \frac{\delta p}{\Delta t} - \left( \frac{\phi}{B_o} \right)^m \frac{\delta S_w}{\Delta t} \end{aligned} \quad (14)$$

式中:  $m$  为内层循环迭代次数;  $\phi^0$  为参考压力下的地层孔隙度;  $C_R$  为岩石压缩系数,  $\text{MPa}^{-1}$ 。

考虑到毛管压力,水相差分方程可表示为

$$\begin{aligned} & \Delta T_w^m \Delta \Phi_w^m \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_w^m|} \right) + \Delta T_w^m \Delta \delta p + \\ & \left( \Delta \frac{\partial T_w}{\partial p} \delta p + \Delta \frac{\partial T_w}{\partial S_w} \delta S_w \right) \Delta \Phi_w^m \left( 1 - \frac{G}{|\nabla \Phi_w^m|} \right) - \\ & \Delta T_w^m \Delta \frac{\partial p_{cow}}{\partial S_w} \delta S_w = \\ & \frac{V}{\Delta t} \left[ \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right)^m - \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right)^n \right] + \\ & \left[ S_w^m \frac{1}{B_w^m} \phi^0 C_R + S_w^m \phi^m \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{1}{B_w} \right) \right] \times \\ & \frac{\delta p}{\Delta t} - \left( \frac{\phi}{B_w} \right)^m \frac{\delta S_w}{\Delta t} \end{aligned} \quad (15)$$

式中:  $V$  为网格体积,  $m^3$ 。

计算中对启动压力梯度的选取, 由于在流体由第  $i+1$  个网格流到第  $i$  个网格的过程中, 前者的启动压力梯度起到主要作用, 所以可采用“上游权”法。

由式(11)、式(14)、式(15)和外边界条件即可构成一个完整的具有大型稀疏系数矩阵的线性方程组, 可以采用预处理共轭梯度法进行求解。在求解过程中, 内边界条件可分为定井底流压、定产油量(注入量)和定产液量3种情况。

**定井底流压** 当定井底流压生产时, 采用全隐式的方法求解, 忽略二阶小量可得其产量为

$$\begin{aligned} Q_{1k}^{m+1} = & \left\{ PI \lambda_1^m \left[ (p_{ijk}^m - p_{wf}) - (r_e - r_w) G \right] + \right. \\ & PI \lambda_1^m \delta p + PI \left( \frac{\partial \lambda_1}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \lambda_1}{\partial S_w} \delta S_w \right) \times \\ & \left. \left[ (p_{ijk}^m - p_{wf}) - (r_e - r_w) G \right] \right\}_k \end{aligned} \quad (16)$$

**定产油量** 当定产油量生产时, 由于井底流压未知, 将其作为未知数进行求解, 因此略去二阶小量可得

$$\begin{aligned} Q_{ok}^{m+1} = & \left\{ PI \lambda_o^m \left[ (p_{oijk}^m - p_{wf}^m) - (r_e - r_w) G \right] + \right. \\ & PI \lambda_o^m \delta p - PI \lambda_o^m \delta p_{wf} + PI \left( \frac{\partial \lambda_o}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \lambda_o}{\partial S_w} \delta S_w \right) \times \\ & \left. \left[ (p_{oijk}^m - p_{wf}^m) - (r_e - r_w) G \right] \right\}_k \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $Q_o$  为产油量,  $cm^3/s$ 。

**定产液量** 当定产液量生产时, 设油、水相的相对流度分别为

$$M_{ol} = \frac{\lambda_o}{\lambda_o + \lambda_w} \quad (18)$$

$$M_{wl} = \frac{\lambda_w}{\lambda_o + \lambda_w} \quad (19)$$

式中:  $M_{ol}$  为油相的相对流度;  $M_{wl}$  为水相的相对流度。

则油、水两相的产量分别为

$$Q_{ok}^{m+1} = \left\{ PIM_{ol}^{m+1} \left[ (p_{ijk}^{m+1} - p_{wf}^{m+1}) - (r_o - r_w) G \right] \right\}_k \quad (20)$$

$$Q_{wk}^{m+1} = \left\{ PIM_{wl}^{m+1} \left[ (p_{ijk}^{m+1} - p_{wf}^{m+1}) - (r_o - r_w) G \right] \right\}_k \quad (21)$$

式中:  $Q_w$  为产水量,  $cm^3/s$ 。

考虑三维问题, 由于重力的存在使得井筒中每层的流动压力各不相同, 其计算式为

$$p_{wfk} = p_{wf} + 10^{-6} \bar{\gamma} \Delta D_k \quad (22)$$

式中:  $p_{wfk}$  为第  $k$  层的井底流压, MPa;  $\bar{\gamma}$  为流体平均重度,  $N/m^3$ ;  $\Delta D_k$  为第  $k$  层与特定深度的垂向距离, m。

## 4 实例计算结果分析

采用大庆油区某典型低渗透区块数据进行实例计算, 油藏模型参数包括: 网格数为  $38 \times 26 \times 6$ ; 网格为矩形,  $x$  和  $y$  方向分别约为 48 和 43 m; 地层孔隙度为 0.132 1;  $x$ ,  $y$  和  $z$  方向的地层渗透率分别为  $50 \times 10^{-3}$ ,  $10 \times 10^{-3}$  和  $0 \mu m^2$ ; 平均油层深度为 1 018 m; 初始地层压力为 11.2 MPa; 井底流压为 6 MPa; 初始含油饱和度为 0.8; 有 6 口注水井, 15 口油井。

保持油田总产量基本不变, 由考虑不同因素时的油藏压力场分布(图1)可以看出, 当考虑启动压力梯度影响时, 压力变化比较剧烈, 且压降影响范围较广。这是因为启动压力梯度的存在增加了流

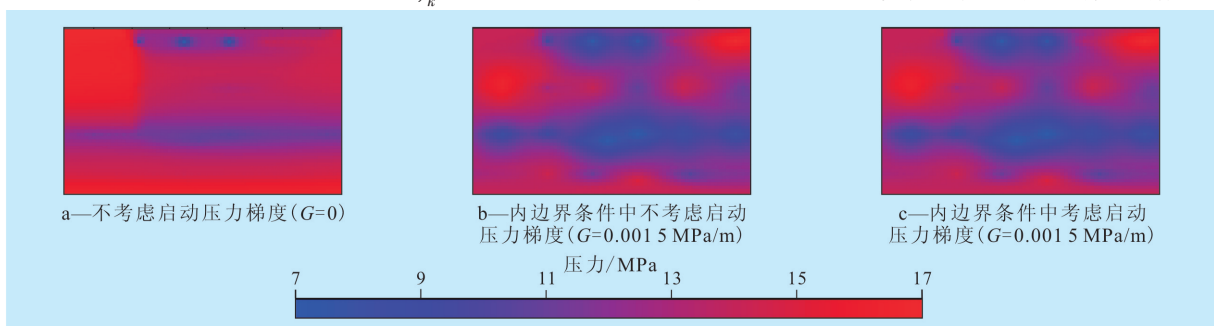


图1 考虑不同因素的压力场分布

体的渗流阻力。对比图1b和图1c发现,在井网格方格中是否考虑启动压力梯度的影响,对整个压力场的影响并不明显,这是因为井与网格之间的流动属于少数点(有井网格)内部的流动。

在油田总产量基本不变的情况下,由内边界条件中考虑启动压力梯度与否对井底流压的影响(图2)可以看出,当考虑启动压力梯度时,井底流压明显比未考虑情况下要低,这和理论期望的结果一致,因为在保持定产量情况下,启动压力梯度带来的附加阻力需要更低的井底流压来补偿。对于单井来讲,在产量基本不变的情况下,井底流压随着启动压力梯度的增加有较大程度的降低(图3)。

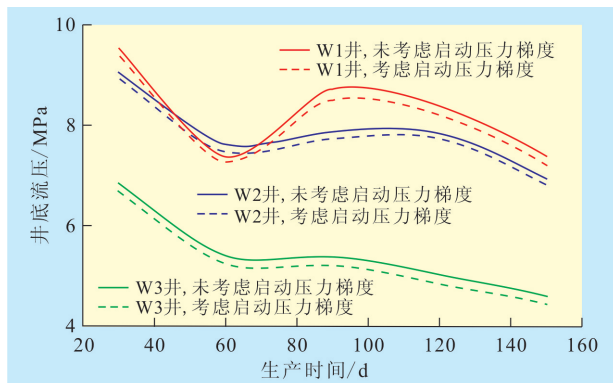


图2 考虑和未考虑内边界条件中启动压力梯度影响时的井底流压对比

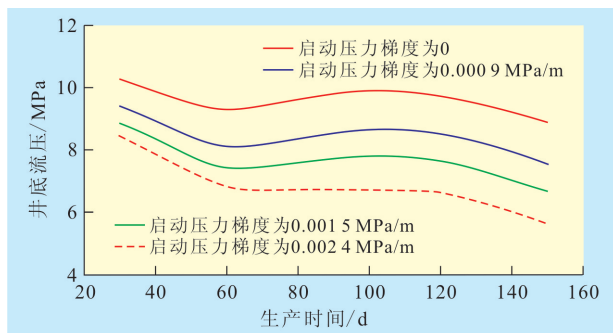


图3 不同启动压力梯度时的井底流压对比

## 5 结束语

低渗透油藏的数值模拟中须考虑启动压力梯度,不仅要在网格到网格的流动中考虑,在井与网

格之间的流动中也要考虑,这样才能得到更合理的井底流压指导实际生产。需要特别说明的是,低渗透油藏的数值模拟不能仅单纯考虑启动压力梯度的存在,还应当考虑渗透率变化造成的非线性问题。由于井底附近压力梯度较大,流态可以认为是拟线性流动,所以只需要考虑启动压力梯度即可,这样也有利于方程的求解。

### 参考文献:

- [1] Maged Al-Deeb, Gerard Bloch, Salem El-Abd, et al. Fully integrated 3d-reservoir characterization and flow simulation study: a field case example[C]. SPE 78510, 2002.
- [2] Belhaj H A, Agha K R, Butt S D, et al. A comprehensive numerical simulation model for non-Darcy flow including viscous, inertial and convective contributions[C]. SPE 85678, 2003.
- [3] 邓英尔, 刘慈群. 两相流体非线性渗流模型及其应用[J]. 应用数学和力学, 2003, 24(10): 1 049-1 056.
- [4] 赵益忠, 程远方, 刘钰川, 等. 启动压力梯度对低渗透油藏微观渗流及开发动态的影响[J]. 油气地质与采收率, 2013, 20(1): 67-69, 73.
- [5] HoJeen Su. A three-phase non-Darcy flow formulation in reservoir simulation[C]. SPE 88536, 2004.
- [6] 刘玉山, 杨耀忠. 油气藏数值模拟核心技术进展[J]. 油气地质与采收率, 2002, 9(5): 94-96.
- [7] 郭永存, 卢德堂, 马凌霄. 低渗透油藏渗流的差分法数值模拟[J]. 水动力学研究与进展, 2004, 19(3): 288-293.
- [8] 杨二龙, 张建国, 陈彩云, 等. 考虑介质变形的低渗透油藏数值模拟研究[J]. 油气地质与采收率, 2007, 14(3): 31-33.
- [9] 胡其华, 周昌斌. 低渗透非达西渗流动边界模型解存在唯一性[J]. 西南石油大学学报: 自然科学版, 2007, 29(5): 172-176.
- [10] 张艳玉, 崔红霞, 韩会军, 等. 低渗透油藏天然气驱提高采收率数值模拟研究[J]. 油气地质与采收率, 2005, 12(4): 61-63.
- [11] 刘同敬, 姜汉桥, 杨庆军, 等. 低渗透油藏近井地带单井渗流模型研究[J]. 石油天然气学报(江汉石油学院学报), 2007, 29(3): 111-114.
- [12] 李莉, 董平川, 张茂林, 等. 特低渗透油藏非达西渗流模型及其应用[J]. 岩土力学与工程学报, 2006, 25(11): 2 272-2 279.
- [13] 汪全林, 唐海, 吕栋梁, 等. 低渗透油藏启动压力梯度实验研究[J]. 油气地质与采收率, 2011, 18(1): 97-100.
- [14] 韩洪宝, 程林松, 张明禄, 等. 特低渗透油藏考虑启动压力梯度的物理模拟及数值模拟方法[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 2004, 28(6): 49-53.

编辑 刘北羿