

薄层与厚层油藏水平井产能计算方法

张芟强,王雯娟,马 帅,韩 鑫,何志辉
(中海石油(中国)有限公司湛江分公司,广东 湛江 524057)

摘要:普遍观点认为,水平井生产时会形成一个长椭球体的泄油区域,但对于上、下封闭的薄层油藏而言,实际的泄油区域只是椭球体的一部分。根据薄层油藏流体渗流规律,将三维渗流问题划分为远井地带的水平平面椭圆流和近井地带的垂直平面径向流,基于水电相似原则,引入椭圆坐标系下的拉梅系数,求解得到薄层油藏水平井产能公式。而在厚层油藏中,水平井生产时会形成一个完整的椭球体泄油空间,将其泄油区域划分为1个拟圆柱体和2个半球体,基于等值渗流阻力法,引入平均短半轴思想和平均质量守恒原理,求得厚层油藏水平井产能公式。通过对新建产能公式与5个经典产能公式的对比分析,发现新建公式对不同厚度油藏水平井产能计算结果的平均偏差小于2%,说明计算结果准确可靠。

关键词:薄层油藏 厚层油藏 水平井产能 椭圆流 拉梅系数

中图分类号:TE313.8

文献标识码:A

Derivation of productivity formula for horizontal wells in thin and thick reservoirs

ZHANG Jiqiang, WANG Wenjuan, MA Shuai, HAN Xin, HE Zhihui

(Zhanjiang Branch of CNOOC(China)Ltd., Zhanjiang City, Guangdong Province, 524057, China)

Abstract: It is generally believed that a long ellipsoid drainage area could be formed during the horizontal wells production, but the actual drainage area is just one part of the ellipsoid for the thin reservoirs that are sealed at the top and bottom. According to the seepage law of thin reservoirs, the three-dimensional flow problem was divided into two parts, including the horizontal plane elliptic flow far from the wellbore zone and the vertical plane radial flow near wellbore. Based on the principle of hydroelectricity similarity, Lamé coefficient of the elliptical coordinates was introduced, and the productivity formula of horizontal wells was established for the thin reservoirs. But a complete ellipsoid drainage space could be formed in the thick reservoirs, which could be divided into a pseudo cylinder and two hemispheres. The productivity formula of horizontal wells in the thick reservoirs was established by introducing average short half axis theory and mass conservation principle as well as the equivalent flowing resistance method. Through the comparison and analysis of the deduced formula and the other five classical productivity formulas, the average deviation of the horizontal well productivity calculated by the new formula in the reservoirs of different thicknesses is less than 2%, which shows that the calculation results are reliable.

Key words: thin reservoirs; thick reservoirs; horizontal well productivity; elliptic flow; Lamé coefficient

水平井技术是开发油气藏、提高油气井产量的一种重要手段。中外学者对于水平井稳态产能的研究已经比较成熟,主要有将水平井看作整体的直接求解法^[1-8]、看作点汇的间接求解法^[9-11]以及其他求解方法^[12-15],其中直接求解法使用最为广泛,主要包

括拟三维法和保角变换法,拟三维法的代表学者有JOSHI^[1],GIGER等^[2],BORISOV^[3],RENARD等^[4],郎兆新等^[5]和陈元千^[6],保角变换法的代表学者有郭肖^[7]和陈军斌^[8]等。他们的研究大多基于水平井生产时会在地层中形成等压旋转椭球体,但对于薄层

收稿日期:2017-09-01。

作者简介:张芟强(1990—),男,四川广安人,工程师,硕士,从事油藏工程及油田开发方面的研究。联系电话:18666742110,E-mail:tiyou0201@sina.cn。

基金项目:中海石油(中国)有限公司综合科研项目“水驱油藏储层参数时变机理与表征方法研究”(YXKY-2017-ZJ-01)。

油藏,由于储层厚度较小,不能形成一个完整的椭球体泄油区域。为此,基于拟三维法,改进JOSHI^[1]和GIGER-R-J^[2]在计算水平平面椭圆流时使用的面积等值和产量等值原理,直接采用在椭圆坐标系下求解的方法,推导出新的薄层油藏水平井产能公式。对于厚层油藏,改进宋付权等对椭球表面的过流断面面积的近似处理^[16-17],将其泄油区域进行重新划分,基于等值渗流阻力等方法,求解得到新的厚层油藏水平井产能公式。

1 水平井产能公式推导

水平井稳定渗流模型的假设条件为:①储层上、下封闭,水平方向无限大。②储层是水平、均质、等厚、各向同性的。③储层中原油为单相流动,不与岩石发生任何物理化学反应。④水平井位于储层中部。⑤原油在地层中的渗流为等温渗流,不考虑重力和毛管压力的影响。

1.1 薄层油藏

由于薄层油藏储层厚度较小,可将其泄油区域(图1a)等效为椭圆柱泄油体(图1b)。根据拟三维的思想,将水平井在整个地层中的三维渗流问题简化为水平平面椭圆流(外部渗流)和垂直平面径向流(内部渗流)。

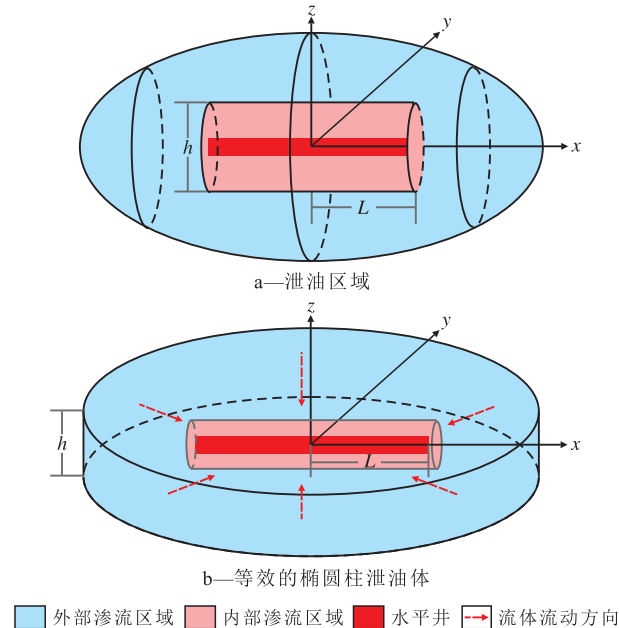


图1 薄层油藏水平井泄油区域与等效的椭圆柱泄油体

Fig.1 Horizontal well drainage area and its equivalent elliptical column drain in thin reservoir

1.1.1 水平平面椭圆流

对于水平井生产时在水平平面上形成的椭圆流(图2),假设其长轴长度为 $2a$,短轴长度为 $2b$,由

几何学知识可知,直角坐标和椭圆坐标的关系为

$$x = a \cos \eta \tag{1}$$

$$y = b \sin \eta \tag{2}$$

$$a = L \operatorname{ch} \xi \tag{3}$$

$$b = L \operatorname{sh} \xi \tag{4}$$

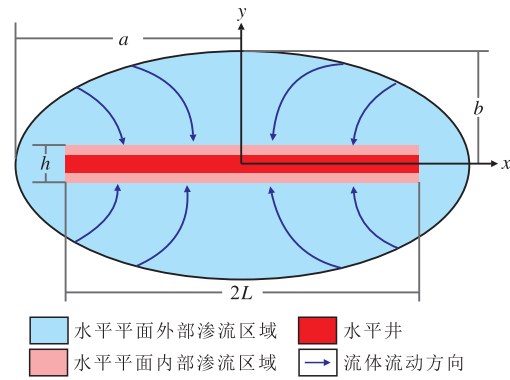


图2 水平平面椭圆流示意

Fig.2 Elliptical flow diagram of horizontal plane

根据稳定渗流理论,在椭圆坐标系中原油的渗流方程为

$$v = 0.0864 \frac{K}{\mu_o} \nabla p \tag{5}$$

拉梅系数在椭圆坐标系下的表达式为

$$h_\xi = h_\eta = L \sqrt{\operatorname{sh}^2 \xi + \sin^2 \eta} \tag{6}$$

根据椭圆坐标系中Hamilton算子的表示法^[18], ∇p 可表示为

$$\nabla p = \frac{1}{h_\eta} \times \frac{dp}{d\xi} \tag{7}$$

将式(6)和式(7)代入式(5),整理后对 η 在 $[0, 2\pi]$ 上进行积分,则式(5)的定积分形式为

$$\int_0^{2\pi} v h_\eta d\eta = 0.0864 \frac{K}{\mu_o} \int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\xi} d\eta \tag{8}$$

在椭圆坐标系下,对广义达西公式的微分形式进行积分,有

$$q_u B_o = \int_A v dA = h \int_l v dl = h \int_0^{2\pi} v h_\eta d\eta \tag{9}$$

联立式(8)和式(9),可得

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{q_u \mu_o B_o}{2\pi K h} \tag{10}$$

对式(10)积分化简,可得到受高度为 h 的椭圆柱泄油体控制的水平平面的渗流阻力,即外部渗流阻力的表达式为

$$R_u = \frac{\Delta p_u}{q_u} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{2\pi K h} (\xi_{uc} - \xi_{uw}) \tag{11}$$

根据文献[19]可知, $\xi_{uw} = \operatorname{sh}^{-1} \frac{\pi h}{4L}$ 。

由平面解析几何中椭圆面积公式可知,泄油面积与椭圆长半轴和短半轴的关系为

$$A = \pi ab \quad (12)$$

将式(3)和式(4)代入式(12),又因 ξ_{uc} 也满足式(3)和式(4),则式(12)变为

$$A = \pi L^2 \operatorname{ch} \xi_{uc} \operatorname{sh} \xi_{uc} \quad (13)$$

当 ξ_{uc} 较大时, $\operatorname{ch} \xi_{uc}$ 和 $\operatorname{sh} \xi_{uc}$ 可分别表示为

$$\operatorname{ch} \xi_{uc} = \frac{e^{\xi_{uc}} + e^{-\xi_{uc}}}{2} \approx \frac{e^{\xi_{uc}}}{2} \quad (14)$$

$$\operatorname{sh} \xi_{uc} = \frac{e^{\xi_{uc}} - e^{-\xi_{uc}}}{2} \approx \frac{e^{\xi_{uc}}}{2} \quad (15)$$

又因泄油面积的计算式还可写为

$$A = \pi r_e^2 \quad (16)$$

将式(14)一式(16)代入式(13),整理后可得

$$\xi_{uc} = \ln \frac{2r_e}{L} \quad (17)$$

1.1.2 垂直平面径向流

通过远井地带的水平平面渗流后,进入到近井地带的垂直平面渗流,此泄油区域由底面半径为 $h/2$ 、高为 $2L$ 的圆柱体(图3)控制,由此得到垂直平面径向流的渗流阻力,即内部渗流阻力的表达式为

$$R_n = \frac{\Delta p_n}{q_n} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{4\pi KL} \ln \frac{h}{2r_w} \quad (18)$$

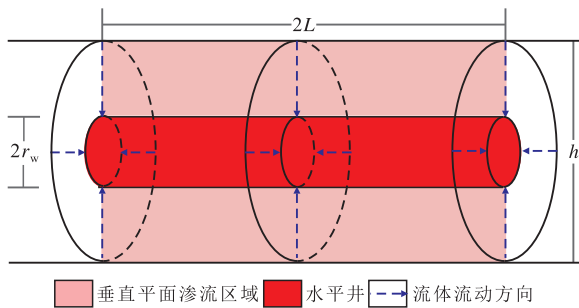


图3 垂直平面径向流等效三维渗流示意

Fig.3 Diagram of three dimensional seepage flow equivalent to the vertical radial flow

1.1.3 产能公式

由水平平面和垂直平面的渗流规律可知,水平井总流量与水平平面流量和垂直平面流量三者相等,总生产压差等于水平平面和垂直平面生产压差之和,总渗流阻力应为内部渗流阻力和外部渗流阻力之和,其计算式为

$$R_{ib} = R_u + R_n = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{2\pi Kh} \left(\xi_{uc} - \xi_{uw} + \frac{h}{2L} \ln \frac{h}{2r_w} \right) \quad (19)$$

在稳定渗流的条件下,基于等值渗流阻力法,得到水平井总产量与总生产压差和总渗流阻力的关系式为

$$q_{ib} = \frac{\Delta p}{R_{ib}} \quad (20)$$

将式(19)代入式(20),得到薄层油藏水平井产

能公式为

$$q_{ib} = \frac{0.5429Kh\Delta p}{\mu_o B_o \left(\xi_{uc} - \xi_{uw} + \frac{h}{2L} \ln \frac{h}{2r_w} \right)} \quad (21)$$

1.2 厚层油藏

针对厚层油藏,水平井生产时会在地层中形成完整的等压旋转椭球体(图4),因此根据其实际渗流情况,将其在地层中的渗流场分为外部渗流区域和内部渗流区域。

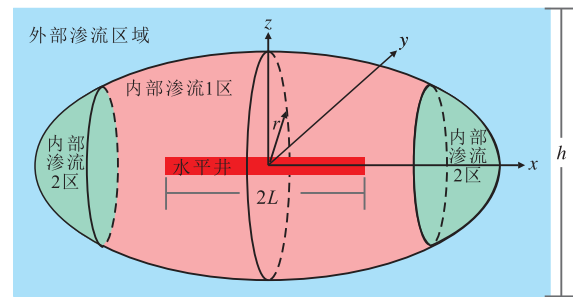


图4 厚层油藏水平井内部与外部渗流区域划分

Fig.4 Internal and external seepage zones of horizontal wells in thick reservoir

1.2.1 外部渗流区域渗流阻力求取

根据文献[6],可将外部渗流区域近似为底面外边界半径为 r_e 、内边界为 $L/2$ 、高为 h 的圆柱体。根据稳定渗流理论,可得外部渗流区域渗流阻力为

$$R_1 = \frac{\Delta p_1}{q_1} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{2\pi Kh} \ln \frac{2r_e}{L} \quad (22)$$

1.2.2 内部渗流区域渗流阻力求取

内部渗流区域可近似为以水平井端点为焦点、短轴长度为 h 的椭球体,为更好地反映内部渗流区域的实际渗流情况,改进文献[16-17]对椭球体泄油面积的近似假定,将内部渗流区域分为1区和2区(图4)。

由平均质量守恒原理可知,1区的渗流面积可近似为底面半径为 \bar{r} 、高为 $2L$ 的圆柱体的侧面积,其表达式为

$$A_1 = 2\pi\bar{r} \times 2L = 4\pi\bar{r}L \quad (23)$$

其中

$$\bar{r} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} r d\eta = \frac{2b}{\pi} = \frac{2L \operatorname{sh} \xi}{\pi} \quad (24)$$

根据达西公式及流速、产量和渗流面积的关系,得到1区渗流速度的表达式为

$$v_{21} = \frac{q_{21} B_o}{A_1} = 0.0864 \frac{K}{\mu_o} \times \frac{dp}{d\bar{r}} \quad (25)$$

将式(23)和式(24)代入式(25),化简可得1区的渗流阻力表达式为

$$R_{21} = \frac{\Delta p_{21}}{q_{21}} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{4\pi KL} \ln \frac{\operatorname{sh} \xi_f}{\operatorname{sh} \xi_w} \quad (26)$$

根据文献[19]可知, $\xi_w = \text{sh}^{-1} \frac{\pi r_w}{2L}$ 。

根据式(17)的求解方法,求得 $\xi_f = \ln \frac{h}{2L}$ 。

2区的泄油区域为2个半球体,将2个半球体可近似合并为1个半径为 r 的球体,那么其渗流场变为球面向心流,渗流面积为球体的表面积,其表达式为

$$A_2 = 4\pi r^2 \quad (27)$$

根据1区计算渗流阻力的方法,求得2区渗流阻力为

$$R_{22} = \frac{\Delta p_{22}}{q_{22}} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{8KL} \times \left(\frac{1}{\text{sh} \xi_w} - \frac{1}{\text{sh} \xi_f} \right) \quad (28)$$

内部渗流区域的总流量等于1区流量和2区流量之和,生产压差与1区生产压差和2区生产压差三者相等,根据水电相似原理可知, R_{21} 与 R_{22} 为并联,那么内部渗流区域渗流阻力为

$$R_2 = \frac{R_{21} R_{22}}{R_{21} + R_{22}} = \frac{1}{0.0864} \times \frac{\mu_o B_o}{2\pi KL} \left[\frac{4}{\pi \left(\frac{1}{\text{sh} \xi_w} - \frac{1}{\text{sh} \xi_f} \right)} + \frac{2}{\ln \frac{\text{sh} \xi_f}{\text{sh} \xi_w}} \right] \quad (29)$$

1.2.3 产能公式

由水平井渗流区域的划分可知,水平井总流量与外部渗流区域和内部渗流区域流量三者相等,生产压差等于外部和内部生产压差之和,则从供给边界到水平井井筒间的总渗流阻力为

$$R_{th} = R_1 + R_2 = R_1 + \frac{R_{21} R_{22}}{R_{21} + R_{22}} \quad (30)$$

根据薄层油藏产能公式的确定方法,得到厚层油藏水平井总产量的计算公式为

$$q_{th} = q_1 + q_2 = \frac{\Delta p}{R_{th}} = \frac{0.5429Kh\Delta p}{\mu_o B_o \Omega} \quad (31)$$

其中

$$\Omega = \frac{h}{2L} \left[\frac{1}{\ln \frac{\text{sh} \xi_f}{\text{sh} \xi_w}} + \frac{2}{\pi \left(\frac{1}{\text{sh} \xi_w} - \frac{1}{\text{sh} \xi_f} \right)} \right] + \ln \frac{2r_e}{L} \quad (32)$$

2 实例计算

利用文献[6]中的相关数据计算水平井产量,基本参数包括:泄油面积为485 830 m²,水平井长度为609.76 m,储层厚度为18.29 m,储层渗透率、水平方向渗透率和垂直方向渗透率均为100 mD,地层原

油体积系数为1.2,地层原油粘度为0.9 mPa·s,地层压力为20.684 MPa,井底流压为20.684 MPa,生产压差为3.447 MPa,井筒半径为0.091 5 m。笔者利用JOSHI^[1],GIGER-R-J^[2],BORISOV^[3],RENARD-DUPUY^[4]和陈元千^[6]等5个经典水平井产能公式和所推导的薄层和厚层油藏产能公式,分别计算油层厚度为4,7,10,13和18.29 m时的油井产量,用偏差对比在不同油层厚度下各个公式的适用性。

由计算结果(表1)可以看出:在不同的油层厚度下,GIGER-R-J公式计算的产量偏差平均值为-8.42%,说明其计算结果整体较低;BORISOV公式计算的产量偏差平均值为3.01%,说明其计算结果整体偏高;JOSHI,RENARD-DUPUY,陈元千及新建薄层和厚层公式计算的产量偏差平均值在2%以内,说明这几个公式的计算结果准确可靠。

表1 各公式在不同油层厚度下对应的产量偏差
Table1 Production deviation of each formula under different reservoir thicknesses %

油层厚度/m	JOSHI	GIGER-R-J	BORISOV	RENARD-DUPUY	陈元千	新建薄层公式	新建厚层公式
4	0.78	-9.08	2.72	1.56	1.92	-0.13	2.22
7	0.39	-8.77	2.87	1.73	1.50	0.27	2.02
10	0.01	-8.47	3.00	1.88	1.09	0.65	1.82
13	-0.35	-8.16	3.12	2.03	0.70	1.02	1.63
18.29	-0.95	-7.63	3.32	2.26	0.05	1.63	1.31

对比新建薄层和厚层公式计算的产量偏差(图5)可以看出,随着油层厚度的增加,薄层公式计算的产量偏差绝对值逐渐变大,厚层公式计算的产量偏差绝对值逐渐变小。表明所推导的薄层、厚层产能公式分别适用于薄层和厚层油藏水平井产能的计算。

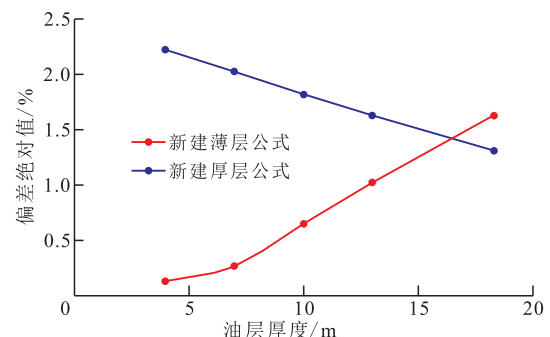


图5 油层厚度与水平井产量偏差绝对值的关系

Fig.5 Relationship between reservoir thickness and absolute deviation of production rate in horizontal wells

3 结论

在油层厚度不同的地层中,水平井生产时会形

成不同的泄油体,故将油藏分为薄层和厚层分别进行分析。基于水电相似原理和平均质量守恒原理,引入椭圆坐标系下的拉梅系数以及平均短半轴的思想,分别推导了适用于薄层油藏和厚层油藏的水平井产能公式。通过实例对比分析了推导公式与5个经典公式的计算结果,发现新建公式在不同厚度油藏中具有较强的适用性,GIGER-R-J和BORISOV公式的计算结果偏差较大,而JOSHI,RENARD-DUPUY和陈元千公式的计算结果准确可靠。为方便研究,在公式推导过程中作出了如储层均质等一些假设,这在反映地层的实际情况上存在一定欠缺,因此建议在以后的研究中可增加相关考虑。

符号解释:

L ——水平井半长, m; h ——油层厚度, m; x ——沿井筒方向渗流边界到井筒中心的距离, m; y ——平面上垂直于井筒方向渗流边界到井筒中心的距离, m; z ——纵向上垂直于井筒方向渗流边界到井筒中心的距离, m; a ——椭圆长半轴长度, m; b ——椭圆短半轴长度, m; η ——椭圆上任一点与原点的连线与 x 轴正半轴的夹角, rad; ξ ——椭圆坐标系中反映椭圆大小的特征量; v ——渗流速度, m/d; K ——储层渗透率, mD; μ_o ——地层原油粘度, mPa·s; ∇p ——压力梯度, MPa/m; h_ξ ——椭圆坐标系下修正角度的拉梅系数, m; h_η ——椭圆坐标系下修正线元的拉梅系数, m; p ——储层某处的地层压力, MPa; q_u ——水平平面流量, m³/d; B_o ——地层原油体积系数; A ——泄流面积, m²; l ——椭圆周长, m; R_u ——外部渗流阻力, MPa·d/m³; Δp_u ——水平平面生产压差, MPa; ξ_{uv} ——薄层油藏水平平面内平均短半轴为 $h/2$ 的椭圆对应的坐标值; ξ_{uv} ——薄层油藏水平平面内平均短半轴为 r_c 的椭圆对应的坐标值; r_c ——供给半径, m; R_{in} ——内部渗流阻力, MPa·d/m³; Δp_n ——垂直平面生产压差, MPa; q_n ——垂直平面流量, m³/d; r_w ——井筒半径, m; R_{th} ——薄层油藏总渗流阻力, MPa·d/m³; q_{th} ——薄层油藏水平井总产量, m³/d; Δp ——总生产压差, MPa; R_1 ——外部渗流区域渗流阻力, MPa·d/m³; Δp_1 ——外部渗流区域生产压差, MPa; q_1 ——外部渗流区域流量, m³/d; \bar{r} ——内部渗流1区圆柱体底面半径, m; A_1 ——内部渗流1区渗流面积, m²; v_{21} ——内部渗流1区渗流速度, m/d; q_{21} ——内部渗流1区流量, m³/d; R_{21} ——内部渗流1区渗流阻力, MPa·d/m³; Δp_{21} ——内部渗流1区生产压差, MPa; ξ_r ——外部渗流区域与内部渗流区域交界处反映椭圆大小的特征量; ξ_w ——井筒处反映椭圆大小的特征量; A_2 ——球体表面积, m²; R_{22} ——内部渗流2区渗流阻力, MPa·d/m³; Δp_{22} ——内部渗流2区生产压差, MPa; q_{22} ——内部渗流2区流量, m³/d; R_2 ——内部渗流区域渗流阻力, MPa·d/m³; R_{th} ——厚层油

藏总渗流阻力, MPa·d/m³; q_{th} ——厚层油藏水平井总产量, m³/d。

参考文献:

- [1] JOSHI S D. Augmentation of well productivity with slant and horizontal wells [J]. Journal of Petroleum Technology, 1988, 40(6): 729-739.
- [2] GIGER F M, RESIS L H, JOURDAN A P. The reservoir engineering aspects of horizontal drilling [C]. SPE 13024, 1984.
- [3] BORISOV J P. Oil production using horizontal and multiple deviation wells [M]. Bartlesville: The R & D Translation Company, 1984.
- [4] RENARD G, DUPUY J M. Formation damage effects on horizontal well flow efficiency [J]. Journal of Petroleum Technology, 1991, 43(7): 786-869.
- [5] 郎兆新, 张丽华, 程林松, 等. 多井底水平井渗流问题某些解析解 [J]. 石油大学学报: 自然科学版, 1993, 17(4): 40-47.
LANG Zhaoxin, ZHANG Lihua, CHENG Linsong, et al. Solution for multiwellbore horizontal well flow [J]. Journal of the University of Petroleum, China: Edition of Natural Science, 1993, 17(4): 40-47.
- [6] 陈元千. 水平井产量公式的推导与对比 [J]. 新疆石油地质, 2008, 29(1): 68-71.
CHEN Yuanqian. Derivation and correlation of production rate formula for horizontal well [J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2008, 29(1): 68-71.
- [7] 郭肖, 翟雨阳. 存在供给边界油藏水平井产能分析 [J]. 西南石油学院学报, 2001, 23(6): 34-37.
GUO Xiao, ZHAI Yuyang. A study of horizontal well productivity in reservoirs with top and bottom drainage boundaries [J]. Journal of Southwest Petroleum Institute, 2001, 23(6): 34-37.
- [8] 陈军斌, 李邕, 孙晓群. 谈 Joshi 水平井产量公式 [J]. 西安石油学院学报: 自然科学版, 2003, 18(1): 15-16.
CHEN Junbin, LI Dang, SUN Xiaohun. Discussion on Joshi's production formula for a horizontal well [J]. Journal of Xi'an Petroleum Institute: Natural Science Edition, 2003, 18(1): 15-16.
- [9] 窦宏恩. 预测水平井产能的一种新方法 [J]. 石油钻采工艺, 1996, 18(1): 76-81.
DOU Hong'en. A new method of predicting the productivity of horizontal well [J]. Oil Drilling & Production Technology, 1996, 18(1): 76-81.
- [10] 刘想平. 底水驱油藏水平井三维稳态解产能公式 [J]. 江汉石油学院学报, 1998, 20(1): 54-58.
LIU Xiangping. A new productivity formula for 3D steady state solution of a horizontal well in reservoir with bottom water drive [J]. Journal of Jianghan Petroleum Institute, 1998, 20(1): 54-58.
- [11] 张望明, 韩大匡, 闫存章. 水平井油藏内三维势分布及精确产能公式 [J]. 石油勘探与开发, 1999, 26(3): 49-52.
ZHANG Wangming, HAN Dakuang, YAN Cunzhang. 3D potential distribution and precise productivity equation of horizontal well [J]. Petroleum Exploration and Development, 1999, 26(3): 49-52.

(下转第89页)